ISSN: 0214-3402

CEREBRO, NÚMEROS Y EDUCACIÓN

Brain, numbers and education

Diego Alonso Cánovas
Universidad de Almería

Fecha de aceptación definitiva: 15 de marzo de 2009
Biblid. [0214-3402 (2009) (II época) n.º 1; 79-90]

Resumen: En este artículo se aborda el tema de las posibles contribuciones que la Neurociencia Cognitiva puede realizar a la Educación Matemática. En particular, se analizan las bases cerebrales del llamado sentido numérico, y la diferencia entre el cálculo rutinario y el que requiere la comprensión de los números como magnitud. El estudio del cerebro también aporta explicaciones plausibles a algunas de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas que aparecen en nuestras aulas. Se expone, de forma breve, una posible relación entre la inmadurez del lóbulo frontal en el proceso de desarrollo y algunos errores debidos a respuestas impulsivas. Aunque algunas hipótesis son muy especulativas, hacemos referencia a la posible relación entre el talento para las matemáticas y la biología. Finalmente citamos algunos resultados provenientes desde la Psicología Cognitiva sobre la importancia del desarrollo de la intuición matemática en la Educación Primaria y Secundaria.

Palabras clave: discalculia de desarrollo, procesamiento numérico, pensamiento matemático, intuición matemática.

Abstract: In this paper we address the valuable contribution from Cognitive Neuroscience toward Mathematics Education. Particularly, we analyze first here the neural basis underlying number sense, and second, the difference between rote arithmetic and the calculus requiring understanding numbers as quantities. The study of the brain contributes to understanding some mathematic learning deficits emerging in our classrooms. We propose here a potential link between some impulsive answers and a developmental frontal lobe immaturity. Even though some hypothesis are very speculative, we refer here to the potential relationship between talent for mathematics and some specific physiological characteristics. Finally we mention some experimental results in Cognitive Psychology showing the interest of specific mathematical intuition training in Elementary and Secondary School.

Key words: developmental dyscalculia, numerical cognition, mathematical thinking, mathematical intuition.

1. Introducción

Neurociencia Cognitiva es el término utilizado para designar un reciente ámbito multidisciplinar dedicado a la comprensión de las bases neuronales de todos los aspectos de la cognición humana: pensamiento, percepción, emociones, atención, aprendizaje, memoria, lenguaje y toma de decisiones, incluyendo sus aspectos evolutivos. En ella se integran disciplinas que van desde la biología hasta la psicología cognitiva, con lo cual sus investigaciones tienen lugar a diferentes niveles. Una de las preocupaciones centrales de la Neurociencia Cognitiva es la representación interna de los eventos mentales y, para ello, los métodos de investigación utilizados son diversos e incluyen, entre otros, el estudio de las consecuencias de lesiones cerebrales, métodos de neuroimagen funcional (PET, MRI, fMRI, EEG y EMG) que permiten observar las áreas cerebrales que permanecen activas mientras una persona realiza una determinada tarea, y el uso de ordenadores para simular la actividad de determinados circuitos neuronales.

La pregunta clave que podemos plantearnos aquí es si pueden ser útiles algunos de los hallazgos de la Neurociencia Cognitiva para la educación en general o para la educación matemática en particular. En líneas generales, la inmensa complejidad del cerebro nos lleva a ser cautos sobre su aplicabilidad a contextos educativos. No obstante, la investigación cerebral está arrojando luz sobre algunos tópicos cruciales en educación matemática. En este trabajo vamos a presentar algunas contribuciones relevantes al ámbito del aprendizaje y la educación matemática, con el ánimo de colaborar en la construcción de nexos que aúnen la investigación cerebral y la práctica educativa.

2. El sentido numérico

En el ámbito de la neuropsicología se ha encontrado una doble disociación que es pertinente con la forma en que nuestro cerebro se enfrenta con la aritmética elemental: pacientes con lesiones cerebrales eran capaces de 'recitar' correctamente las tablas de multiplicar pero parecían haber perdido el resto de sus capacidades matemáticas. Y a la inversa, otros pacientes con pérdida de su habilidad para recordar las tablas de multiplicar llevaban a cabo con normalidad procedimientos aritméticos para resolver problemas sobre multiplicaciones. Se han encontrado pacientes que, como consecuencia de alguna lesión cerebral, no podían decidir cuál es el número que hay entre 2 y 4, o si 9 está más cerca de 10 o de 5, aunque pueden recitar de corrido las tablas de multiplicar. Otros no pueden decidir si 2 más 2 es igual a 3 o a 4, pero, si se les pregunta qué número prefieren como respuesta, 3 ó 9, eligen el 3. Conjuntamente, estos datos sugieren que, en el ámbito de la aritmética elemental, hay al menos dos circuitos para representar los números.

Otros experimentos conductuales y estudios con técnicas de imagen cerebral han producido resultados convergentes con los estudios neuropsicológicos citados. Así, por ejemplo, usando sujetos bilingües Dehaene *et al.* (1999) llegaron a la conclusión de que algunos hechos numéricos tales como las tablas de multiplicar están codificados verbalmente —y, por tanto, son dependientes del lenguaje—, mientras que, por el contrario, cálculos aproximados o estimaciones son independientes del lenguaje. Los resultados de sus experimentos han mostrado que hay dos sistemas neuronales diferentes que subyacen a la aritmética exacta y aproximada, respectivamente. Dependiendo de que la tarea implique una respuesta aproximada o una respuesta rutinaria exacta, nuestro cerebro usa procesos diferentes. La idea subyacente es que, cuando una tarea nos exige dar un resultado exacto, las personas seleccionan la respuesta de forma mecánica, lo que no implica ninguna apreciación de cantidad, pero cuando se nos pide una estimación aproximada, cuando tenemos que dar el resultado más plausible, no llevamos a cabo cálculos sino que evaluamos cantidades propiamente dichas. En el primer caso, cuando a los sujetos se les pide que computen dos números para alcanzar la respuesta rutinaria exacta (p. ej., «¿cuatro por ocho?»), se produce un incremento de la activación del lóbulo frontal inferior izquierdo (una red neuronal 'verbal' implicada en asociaciones de palabras). En cambio, una tarea de aritmética aproximada (por ejemplo, «97 más 57, ¿está más próximo a 100 o a 200?») incrementa la activación principalmente de los lóbulos parietales derecho e izquierdo (regiones de las que se sabe que están relacionadas con el procesamiento visual y espacial). Éste y otros resultados sugieren que las estimaciones se llevan a cabo en una red visuo-espacial de los lóbulos parietales. Por tanto, parece claro que nuestra representación de los números está muy relacionada con nuestra representación del espacio. Esto es coincidente con el hecho de que algunos matemáticos se hayan pronunciado en el sentido de que confían más en imágenes mentales que en palabras a la hora de llegar a nuevos hallazgos. Así, por citar tan sólo un ejemplo, Albert Einstein dijo:

> Las palabras y el lenguaje, bien escrito o hablado, no parece que jueguen ningún rol en mis mecanismos de pensamiento. Las entidades físicas que parecen servir como elementos constitutivos de mi pensamiento son ciertos signos e imágenes más o menos claras, que pueden ser voluntariamente reproducidas y combinadas … Los elementos mencionados son, en mi caso, de índole visual y, algunos, muscular.

Las áreas intraparietales izquierda y derecha, que participan en el procesamiento visuo-espacial, están asociadas con los números y sus relaciones. Nuestra capacidad para dar sentido al concepto de número —lo que Dehaene *et al.* (1999) llaman 'sentido numérico'— parece estar relacionada con este sistema de representación no verbal, localizado en el lóbulo parietal, y, según estos autores, puede ser la fuente más importante de intuición matemática. Estos autores consideran que en esas áreas reside la representación cuantitativa de los números, presente al menos de forma rudimentaria en las primeras etapas del desarrollo ontogenético humano e incluso en algunos animales, como han revelado algunos estudios conductuales en los que se ha puesto de manifiesto la presencia de habilidades de percepción numérica, discriminación y cálculo elemental en niños (Spelke, 1994) y animales (Dehaene, Dehaene-Lambertz y Cohen, 1998). Durante el desarrollo y el proceso educativo, estas representaciones cuantitativas se van conectando progresivamente con otras representaciones de los números, ya sea visualmente en forma de cadenas de dígitos arábigos (p. ej., «57»), o verbalmente en forma de cadenas de palabras (p. ej., «cincuenta y siete»). Algunos déficits en las habilidades numéricas pueden explicarse como un proceso de desarrollo anormal de las relaciones entre estos tres módulos.

Estos resultados provenientes de la neurociencia podrían ser muy útiles para la educación matemática. Por una parte, de acuerdo con Dehaene, todos los humanos venimos al mundo con una representación *intuitiva* de las cantidades numéricas. Por otra, desde un punto de vista evolutivo, el lenguaje numérico y los algoritmos de cálculo han llegado recientemente a la historia cultural de la humanidad. Nuestra cultura ha inventado la lógica y la aritmética, pero, incluso el algoritmo más simple parece ser artificial, extraño, no natural, a nuestro cerebro. Por tanto, una educación matemática extremadamente formal, sin soporte intuitivo, en la que los alumnos son puramente manipuladores de símbolos abstractos, como sucedió con la llamada «matemática moderna», dificulta que los alumnos relacionen los conceptos matemáticos con sus conocimientos previos, impidiéndoles que desarrollen adecuadamente su intuición matemática. Afortunadamente, la tendencia formalista personalizada en Bourbaki (el pseudónimo de un famoso grupo de matemáticos franceses que lideraron la matemática moderna) se vio forzada a retirarse de la educación secundaria. Ahora, los resultados desde la neurociencia confirman que, en esta etapa del desarrollo, el formalismo, en su versión más extrema, debe esperar.

El hecho de que diferentes tipos de matemáticas usen diferentes partes del cerebro, según hemos enunciado más arriba, también puede tener otras implicaciones en relación a cómo deben ser enseñadas las matemáticas. La investigación en neurociencia sugiere que la realización de algunas tareas aritméticas puede requerir que los alumnos bilingües traduzcan mentalmente un problema, antes de resolverlo, con el consiguiente enlentecimiento de la respuesta. Este hecho se puso de manifiesto en un estudio conductual llevado a cabo por Dehaene *et al.* (1999) con personas bilingües, en inglés y ruso, a quienes se les entrenaba a resolver un conjunto de problemas de adición, algunos requiriendo respuesta exacta (p. ej., «53 más 68 es igual a 121 o a 127?») y otros estimación aproximada (p. ej., «53 más 68, ¿está más cerca de 120 o de 150?»), en uno de sus dos idiomas. Después de varias sesiones de entrenamiento, todos los sujetos daban la respuesta correcta a problemas exactos, pero la respuesta era más rápida cuando se les pedía en el mismo idioma en el que recibían el entrenamiento, independientemente de que éste ocurriera en su primera o segunda lengua, lo que sugiere que este conocimiento se almacena en el cerebro en una forma que depende de un lenguaje específico. En cambio, para tareas de estimación aproximada del resultado, el rendimiento era equivalente en las dos lenguas, lo que sugiere una cierta independencia del lenguaje.

3. El cerebro y las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

3.1. *Discalculia*

Hay niños que presentan déficit específico en la normal adquisición de las habilidades aritméticas, no mostrando ningún otro déficit o retraso al compararlos con su grupo de edad. El término discalculia del desarrollo (o, simplemente, discalculia) se ha utilizado para referirse a estos niños (American Psychiatric Association —APA—, 1987). En el DSM-IV (APA, 1994) se define este trastorno —trastorno del cálculo— como dificultades en el aprendizaje de las matemáticas sin otros trastornos asociados, y se proponen los siguientes criterios diagnósticos: (1) la capacidad aritmética (medida por pruebas normalizadas de cálculo o razonamiento matemático administradas individualmente) se sitúa significativamente por debajo de lo esperado en función de la edad, inteligencia y escolaridad; (2) el trastorno de cálculo interfiere significativamente en el rendimiento académico del alumno o las actividades de la vida cotidiana que requieren habilidad para el cálculo; y, (3) si existe un déficit sensorial, las dificultades para el rendimiento en el cálculo exceden a las habitualmente asociadas a él.

Una definición relevante es la acuñada por el *Departament of Education and Skills*, de Gran Bretaña:

> La discalculia del desarrollo es una condición que afecta a la capacidad para adquirir habilidades aritméticas. Los discalcúlicos pueden tener dificultades para comprender conceptos numéricos simples, falta de comprensión intuitiva de los números, y problemas en el aprendizaje de los hechos y procedimientos numéricos. Incluso aunque den una respuesta correcta o usen un método correcto, lo hacen mecánicamente y sin confianza (DfES, 2001, citado en Butterworth, 2005).

El déficit en la adquisición durante el desarrollo de la habilidad para calcular incluiría contar, sumar, restar, multiplicar, dividir, comparar y entender cantidades. Cabe señalar que no todos los estudiantes que muestran problemas con el aprendizaje de las matemáticas tienen discalculia. Es posible que su pobre ejecución se deba a otras causas como, por ejemplo, falta de motivación o interés en el aprendizaje de las matemáticas, alta ansiedad, proceso de enseñanza inadecuado, pobre capacidad de aprendizaje, desorden del lenguaje o déficit en el procesamiento sensorial (Munro, 2003).

Los niños con discalculia presentan una variedad de problemas relacionados con las matemáticas entre los que se incluyen un retraso temprano en la comprensión de algunos aspectos del proceso de contar (Geary, Bow-Thomas y Yao, 1999; Geary, Hamson y Hoard, 2000) y un retraso posterior en la utilización de dicha habilidad para contar aplicada a la resolución de sumas sencillas (Geary *et al.*, 2000; Jordan y Montani, 1997). Además, estudios recientes muestran que estos niños presentan déficit incluso a un nivel más básico, en la representación de cantidades o en la habilidad para asociar dichas cantidades con las representaciones simbólicas que constituyen los números (Wilson *et al.*, 2006). Por otra parte, debido al carácter acumulativo del currículo matemático escolar, los niños con discalculia se ven abocados constantemente a la exigencia de tener que aprender conceptos nuevos cuando ellos aún no han aprendido y comprendido algunos de los más básicos.

Según el modelo de triple código de Dehaene (1992; Dehaene y Cohen, 1995), la destreza en aritmética es probable que dependa de un continuo intercambio de información entre las representaciones visual, verbal y cuantitativa de los números. De acuerdo con esto, la discalculia podría tener varias causas. En primer lugar, podría estar dañado alguno de los tres módulos o no haberse desarrollado adecuadamente debido a algún daño cerebral temprano o a alguna desorganización genética de los circuitos neuronales subyacentes. Algunos niños parecen padecer cierto déficit temprano en las representaciones cuantitativas localizadas en los lóbulos parietales, y otros, una total ausencia de intuición de la cantidad. Y en segundo lugar, las conexiones que unen los distintos módulos podrían no desarrollarse adecuadamente. Por ejemplo, un niño podría aprender mecánicamente el algoritmo de la sustracción pero fallar a la hora de conectarlo con su intuición de cantidad, lo que se traduciría en resultados aritméticos sin sentido, por ejemplo, dando como buena una operación en la que el resultado de una resta sea mayor que el minuendo. En ambos casos, el conocimiento que nos brindan los estudios sobre el procesamiento numérico desde la neurociencia —y la psicología, en particular— pueden ayudar a diseñar estrategias de intervención educativa que sirvan para circunvalar o rehabilitar esos déficits.

3.2. *Daño cerebral*

Hay varias condiciones en las que la capacidad matemática está deteriorada por una anormalidad biológica. La exposición intrauterina a alcohol puede tener efectos graves, no sólo en el desarrollo corporal, sino que también afecta a los circuitos cerebrales, causando microcefalia y desarrollo neuronal anormal en varias regiones cerebrales, incluyendo el cortex prefrontal. Los niños con este *síndrome de alcoholismo fetal* presentan graves alteraciones en el ámbito de las matemáticas: déficit en el cálculo aritmético elemental y en el 'sentido numérico' —problemas para entender el significado cuantitativo de los números—. Asimismo fallan en tareas de estimación cognitiva (p. ej. estimar la altura de un árbol).

Otro trastorno genético relacionado con las dificultades en matemáticas es el síndrome de Turner (monosomía del cromosoma X), que afecta a 1 de cada 2.500 mujeres aproximadamente. Las afectadas por esta alteración pueden trabajar con símbolos matemáticos, pueden leer y escribir números al dictado, pero son un poco lentas en estas tareas. Los deterioros más importantes se presentan en tareas de subitización[1], multiplicación y estimación.

Algo similar ocurre con el *síndrome de X frágil*. Estas personas presentan dificultades en la representación numérica y en la intuición, y hay evidencia neurocientífica que sugiere que estos déficits pueden estar relacionados con el lóbulo parietal. En sujetos normales el cálculo numérico produce un patrón de actividad cerebral en los lóbulos parietales, frontal y cingulado. En los pacientes con el cromosoma X frágil hay ausencia de activación en las áreas parietales, especialmente en el hemisferio derecho, cuando se enfrentan a una tarea aritmética y no pueden hacerla.

En resumen, nuestra habilidad para aprender matemáticas se basa en intuiciones de espacio, tiempo y número, implementadas en circuitos cerebrales especializados. No obstante, es importante no caer en explicaciones reduccionistas que ignoren las contribuciones del medio ambiente, la instrucción y la implicación de otros mecanismos cerebrales de carácter general (p. ej., atención, memoria de trabajo).

4. El lóbulo frontal y la impulsividad

Nadie pone en duda las ventajas que supone la automatización del cálculo mental. Pero vamos a analizar una contrapartida a estas ventajas. A veces llegamos a ser tan habilidosos en la mecánica del cálculo que las operaciones aritméticas se disparan automáticamente en nuestras cabezas. Imagine el siguiente problema: «Un granjero tiene ocho vacas. Todas, excepto cinco, mueren. ¿Cuántas vacas le quedan?» (traducido de Dehaene, 1997). Inmediatamente reconocemos un impulso a contestar «Tres», lo que puede indicarnos que se ha activado automáticamente el esquema de la sustracción. Para dar la respuesta correcta tenemos, por tanto, que inhibir este automatismo, realizando un procesamiento consciente —controlado— para analizar el significado del problema y formarnos un modelo mental de la

[1] Se entiende por subitización la capacidad para percibir un conjunto de puntos y decidir visualmente su cardinal.

situación. La inhibición de ese automatismo requiere que entre en juego el cortex prefrontal, una región cerebral implicada en la utilización y control de estrategias no rutinarias. Debido a que el cortex prefrontal madura muy lentamente, los niños y adolescentes son muy vulnerables a la impulsividad. Sus áreas corticales prefrontales no han adquirido todavía el repertorio de estrategias de control requeridas para evitar errores aritméticos como el del ejemplo anterior.

En general, cuando un alumno tiene que utilizar un algoritmo algebraico (estoy pensando, por ejemplo, en la Regla de Ruffini), debe tomar decisiones sobre qué se debe hacer y qué orden deben seguir los componentes de la tarea. De nuevo son los circuitos cerebrales ubicados en el cortex prefrontal y el cortex cingulado anterior los que se encargan de coordinar estas tareas matemáticas. Esta coordinación incluye planificación, orden secuencial, toma de decisiones, corrección de errores, mantenimiento de resultados intermedios, etc. Resolver una tarea matemática no elemental requiere que el cortex prefrontal coordine la acción de varias redes neuronales implicadas en ello. Pero, como hemos dicho antes, el cerebro de los adolescentes está 'en construcción' a esas edades. En esta etapa del desarrollo el cortex prefrontal está todavía tratando de coordinar sus distintas funciones. Muchos profesores de Matemáticas en Educación Secundaria informan de que algunos estudiantes se comportan, con frecuencia, impulsivamente, dando una respuesta errónea aun cuando son perfectamente capaces de hacerlo bien. Estos alumnos 'disparan' el primer esquema que les venga a su mente. Otros alumnos son incapaces de seleccionar la respuesta correcta y evitar estímulos distractores. Para algunos investigadores, estos y otros errores matemáticos cometidos por los alumnos pueden ser causados por la lentitud en la maduración de esta área. Pero, esta conclusión, aunque bastante plausible, es todavía altamente especulativa.

5. Biología y talento para las matemáticas

¿Es de origen genético la capacidad matemática? Un argumento que ha incentivado la búsqueda de las bases genéticas de las matemáticas ha sido la observación de una cierta correlación entre el rendimiento matemático de hermanos, especialmente entre gemelos homocigóticos. Estos gemelos comparten el mismo genotipo y suelen exhibir similares rendimientos en matemáticas. Los gemelos heterocigóticos, quienes sólo comparten la mitad de sus genes, parecen ser más variables: en ocasiones uno de ellos destaca en matemáticas y el otro permanece a niveles intermedios. De acuerdo con los estudios llevados a cabo en la década de los sesenta —del siglo pasado— por Steven Vanderberg (1966), la medida de la heredabilidad en aritmética ascendería al 50% aproximadamente, es decir, la mitad de la varianza en ejecución aritmética sería debida a diferencias genéticas entre las personas. Estas afirmaciones han tenido muchas críticas. Hay muchos estudios que muestran que los gemelos homocigóticos suelen recibir idéntica educación, están en la misma aula, con el mismo profesor, más frecuentemente que los heterocigóticos. Por tanto, el hecho de que tengan un talento similar puede ser causado por compartir estas características de su educación, más que por sus genes. Otro factor a considerar es el hecho de que en el útero materno casi el 70% de los gemelos homocigóticos comparten una placenta simple, lo que no sucede con los heterocigóticos. La composición bioquímica del entorno uterino quizás pudiera implicar ciertas regularidades en los cerebros en formación de los gemelos homocigóticos. Por otra parte, el estudio de los gemelos no proporciona indicación sobre los genes implicados. Podría no tener relación directa con las matemáticas.

Otro ámbito en el que se han estudiado las bases genéticas del talento matemático ha sido el de las diferencias entre hombres y mujeres. Existen más hombres superdotados para las matemáticas que mujeres. Por poner un ejemplo, de los 41 prodigios en cálculo descritos por Smith (1983) en su estudio sobre grandes calculadores mentales, sólo tres son mujeres. En otro estudio llevado a cabo con el *Scholastic aptitude Test for Mathematics* (SAT-M) con un amplio grupo de chicos y chicas de 12 años de edad, en Estados Unidos (Benbow, 1988), se observó que por cada chica que excedía la puntuación media —500 puntos— había dos chicos que también lo hacían. Esta proporción era de 4:1 —también a favor de los chicos— cuando se consideraban puntuaciones superiores a 600 puntos, y de 13:1 por encima de los 700 puntos. Por tanto, la proporción de hombres aumenta drásticamente cuando consideramos estudiantes brillantes en matemáticas. Esta ventaja masculina se observa en todos los países. Según Geary (1996), la ventaja masculina debe atribuirse a la superioridad en habilidades visuo-espaciales, provenientes, en términos evolutivos, desde cuando el hombre era cazador y la mujer recolectora. La influencia de estas capacidades visuo-espaciales son evidentes en geometría, pero no está tan clara en la resolución de problemas no geométricos formulados con palabras. Como afirma Dehaene (1997), la hegemonía masculina en el número de talentos para las matemáticas plantea algunas cuestiones importantes. Así, sabemos que hay muchos factores psicológicos y sociológicos que juegan en contra de la mujer en matemáticas: muestran mayor ansiedad que los hombres en cursos de matemáticas, tienen menos confianza en sus capacidades, ven las matemáticas como una actividad típicamente masculina… Es decir, las diferencias, si existen, no son puramente de origen biológico. Hay variaciones en el tamaño de las diferencias a través de las distintas culturas. Así, por ejemplo, aunque hay diferencias en China y Estados Unidos, las mujeres en China obtienen puntuaciones superiores a los hombres de EE.UU. en tests de matemáticas. No se trata de una diferencia sólo biológica, puesto que cuando las mujeres chinas reciben su instrucción matemática en EE.UU., sus habilidades matemáticas descienden hasta el nivel de las mujeres americanas, lo que constituye una prueba evidente de que las diferencias entre hombres y mujeres son pequeñas comparadas con el impacto de las estrategias educativas. Si hay diferencias de género, también hay un alto grado de solapamiento entre las puntuaciones de chicos y chicas: muchas chicas son mejores que los chicos en matemáticas. Por último, es importante señalar que los estudios más recientes muestran que las diferencias entre hombres y mujeres en matemáticas van reduciéndose paulatinamente, una evolución que corre paralela a la mejora del estatus de la mujer en las últimas décadas.

Dehaene (1997) afirma que las remanentes diferencias de género existentes pueden ser causadas por variables biológicas. Plantea una posible relación entre género, cromosoma X, hormonas, lateralidad, alergias, orden de nacimiento y matemáticas. Así, por ejemplo, observa que la mayoría de los *idiot savant* con capacidades extraordinarias de cálculo padecen alteraciones que se incluyen dentro del espectro autista, afectando a los hombres en una proporción cuatro veces superior a las mujeres. Y algunas anormalidades genéticas en el cromosoma X, tal como el síndrome de X frágil, están asociadas con síntomas autistas. Inversamente, el síndrome de Turner es una alteración genética (ausencia de todo o parte de un cromosoma X) que afecta sólo a las mujeres causando, entre otras cosas, un grave déficit cognitivo específico para las matemáticas y la representación mental del espacio, aunque su CI pueda ser normal. Pudiera ser que, a través de las hormonas —andrógenos—, el cerebro masculino adquiera, en las etapas prenatales, una configuración ligeramente diferente del femenino. Los circuitos neuronales podrían sufrir sutiles alteraciones que podrían explicar las pequeñas diferencias en capacidad para las matemáticas.

En resumen, el genio en matemáticas emergería de una azarosa y poco probable confluencia de múltiples factores —genes, familia, hormonas y educación—. La biología y el medio ambiente interactúan en una interminable sucesión de causas y efectos, haciendo muy improbable que podamos predecir el talento matemático sólo desde la biología. Finalmente, no debemos olvidar la necesaria distinción entre capacidad y rendimiento.

6. El cerebro y las matemáticas no elementales

Los adolescentes no sólo llevan a cabo operaciones aritméticas en clase. También tienen que enfrentarse a problemas matemáticos más avanzados, tales como los que entran dentro del álgebra, geometría analítica, trigonometría, números complejos, probabilidad, etc. ¿Hay otros circuitos neuronales dedicados al procesamiento de estas tareas? Hasta ahora hay poca investigación sobre este tema. No obstante, desde el ámbito de la neuropsicología ha surgido alguna prueba que apunta, en contra de nuestra intuición, a la existencia de redes neuronales relacionadas con el álgebra y relativamente independientes de aquellas implicadas en la aritmética mental. Hittmair-Delazer, Sailer y Benke (1995) han encontrado un paciente con acalculia que fallaba a la hora de resolver tareas aritméticas muy simples (p. ej., 5 x 4, 7 – 3) y, no obstante, era capaz de calcular el valor de algunas expresiones algebraicas. En particular, podía simplificar «ab/ba» y asignarle el valor «1», y «a.a.a» , escribiéndolo como «a^3». También era capaz de descubrir que la expresión «d/c + a = (d + a)/(c + a)» es falsa.

Desde la psicología cognitiva nos han llegado importantes contribuciones, especialmente por parte de Amos Tversky y Dahniel Kahneman (Kahneman y Tversky, 1974), sobre cómo las personas llevamos a cabo estimaciones de probabilidad. Y como resultado de estas investigaciones, concluyen que nuestro cerebro no parece estar «programado» con las reglas básicas de probabilidad, especialmente el Teorema de Bayes —considerado por muchos como el modelo normativo externo con el que comparar nuestras estimaciones subjetivas de probabilidad—, sino que las personas disponemos de algunos *heurísticos* (reglas que nos permiten una respuesta rápida y muy adaptativa, a cambio de perder precisión) que utilizamos para estimar probabilidades en situaciones cotidianas pero que algunas veces no se ajustan a las prescripciones del Teorema de Bayes, lo que hace que cometamos algunas falacias y sesgos en nuestros razonamientos.

No obstante, hasta la fecha, la neurociencia no posee respuestas para los cómputos matemáticos del tipo de los que diariamente llevan a cabo los alumnos de secundaria, como, por ejemplo, resolver una ecuación de segundo grado.

7. ¿Lógicos o intuitivos?

En el campo de la psicología cognitiva hay algunos otros resultados que pueden ser relevantes para la educación matemática. Estos resultados convergen en la idea central siguiente: las personas, cuando se enfrentan a una tarea lógica o matemática no se comportan como una máquina lógica. Incluso las personas adultas con estudios superiores tienen dificultad con problemas de razonamiento abstracto aparentemente muy simples. Por ejemplo, consideremos la conocida tarea de selección de Wason (1966) (ver Anexo). Este ya clásico problema (al igual que otros planteados por el mismo autor) nos muestra que las personas violamos con frecuencia las reglas del razonamiento condicional («Si p, entonces q»). Más todavía, los resultados de los estudios llevados a cabo por Johnson-Laird (1983, 1990; Johnson-Laird y Byrne, 1991) apoyan la hipótesis de que nuestro sistema cognitivo no contiene reglas formales de inferencia, sino que las personas, ante una tarea de razonamiento, construimos modelos mentales de las situaciones relevantes sobre la base de la comprensión de las premisas y sobre nuestro conocimiento previo, formulando una conclusión que sea verdadera en esos modelos. La teoría de los modelos mentales también se aplica al ámbito del razonamiento probabilístico (Johnson-Laird, Legrenzi, Girotto, Sonino-Legrenzi y Caverni, 1999), proporcionándonos una explicación bastante plausible de algunas ilusiones cognitivas como, por ejemplo, la que aparece en el siguiente problema (Bar-Hillel y Falk, 1982): «Los Sánchez tienen dos bebés. Uno de ellos es niña. ¿Cuál es la probabilidad de que el otro sea también niña?». Los alumnos suelen dar como respuesta «1/2» en lugar de «1/3», que es la respuesta correcta (para una explicación razonada, así como para ver más problemas contraintuitivos, ver Alonso y Tubau, 2002).

Como se puede ver, existen resultados provenientes de distintos campos, que convergen en la idea de que las personas no somos máquinas lógicas y, por tanto, la instrucción matemática (en los niveles primario y secundario) debe adaptarse a nuestros mecanismos intuitivos. De esta forma quizás nuestros alumnos lleguen a tener una mejor comprensión de otros conceptos matemáticos más complejos y sean capaces de hacer un uso correcto de los conocimientos matemáticos fuera del aula.

Bibliografía

ALONSO, D. y TUBAU, E. (2002) Inferencias bayesianas: una revisión teórica. *Anuario de Psicología*, 33, 25-47.

AMERICAN PSYCHIATRIC ASSOCIATION (1987) *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, DSM-III-R.* Washington, DC: American Psychiatric Association.

— (1994) *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, DSM-IV.* Washington, DC: American Psychiatric Association.

BAR-HILLEL, M. A. y FALK, R. (1982) Some teasers concerning conditional probabilities. *Cognition*, 11, 109-122.

BENBOW, C. P. (1988) Sex differences in mathematical reasoning ability in intellectually talented preadolescents: Their nature, effects, and posible causes. *Behavioral and Brain Sciences*, 11, 169-232.

BUTTERWORTH, B. (2005) The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46: 1, 3-18.

DEHAENE, S. (1992) Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.

— (1997) *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

DEHAENE, S. y COHEN, L. (1995) Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83-120.

DEHAENE, S.; DEHAENE-LAMBERTZ, G. y COHEN, L. (1998) Abstract representations of numbers in the animal and human brain. *Trend in Neuroscience*, 21 (8), 355-361.

DEHAENE, S.; SPELKE, E.; PINEL, P.; STANESCU, R. y TSIVKIN, S. (1999) Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284 (5416), 970-974.

DfES (2001) *Guidance to support pupils with dyslexia and dyscalculia (DfES 0512/2001)*. London: Department of Education and Skills.

GEARY, D. C. (1996) Sexual selection and sex differences in mathematical abilities. *Behavioral and Brain Sciences*, 19, 229-284.

GEARY, D. C.; BOW-THOMAS, C. C. y YAO, Y. (1992) Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematical disabled children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 54, 372-391.

GEARY, D. C.; HAMSON, C. O. y HOARD, M. K. (2000) Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77, 236-263.

HITTMAIR-DELAZER, M.; SAILER, U. y BENKE, Th. (1995) Impaired arithmetic facts but intact conceptual knowledge—A single case study of dyscalculia. *Cortex*, 31, 139-147.

JOHNSON-LAIRD, P. (1983) *Mental Models. Towards a Cognitive Science of Language, Inference, and Consciousness*. Cambridge: Harvard University Press.

— (1990) *El Ordenador y la Mente. Introducción a la Ciencia Cognitiva*. *Cognición y desarrollo humano.* Barcelona: Ed. Paidós.

JOHNSON-LAIRD, P. N. y BYRNE, R. M. J. (1991) *Deduction*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

JOHNSON-LAIRD, P. N.; LEGRENZI, P.; GIROTTO, V.; SONINO-LEGRENZI, M. y CAVERNI, J. P. (1999) Naive probability: a mental model theory of extensional reasoning. *Psychological Review*, 106, 62-88.

JORDAN, N. y MONTANI, T. (1997) Cognitive arithmetic and problem solving: A comparison of children with specific and general mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 30 (6), 624-634.

KAHNEMAN, D. y TVERSKY, A. (1974) Judgment under uncertainty: heuristics and biases. *Science*, 185, 1124-1131.

MUNRO, J. (2003) Dyscalculia: A unifying concept in understanding mathematics learning disabilities. *Australian Journal of Learning Disabilities*, 8 (4), 25-32.

SMITH, S. B. (1983) *The Great Mental Calculators*. New York: Columbia University Press.

SPELKE, E. (1994) Initial knowledge: six suggestions. *Cognition*, 50 (1-3), 431-435.

VANDERBERG, S. G. (1966) Contributions of twin research to psychology. *Psychological Bulletin*, 66, 327-352.

WASON, P. C. (1966) Reasoning. En B. M. FOSS, *New horizons in psychology*. Harmondsworth: Penguin.

WILSON, A. J.; REVKIN, S. K.; COHEN, D.; COHEN, L. y DEHAENE, S. (2006) An open trial assessment of «The Number Race», an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions*, 2 (20), 1-16.

Anexo

Tarea de selección (o de las cuatro tarjetas) de Wason

A continuación le presentamos cuatro tarjetas:

E	F	4	7

Estas tarjetas tienen una letra (consonante o vocal) por una cara, y un número (par o impar) por otra. En dos de las tarjetas podemos ver las letras, por lo que en las caras ocultas deberá haber números. Las otras dos están por el lado contrario, por lo que podemos ver los números, y permanecen ocultas las letras. La tarea consiste en indicar a cuál o cuáles de estas tarjetas habría que dar la vuelta para comprobar si el enunciado que presentamos a continuación es verdadero o falso.

«Si tiene una E por una cara, entonces tiene un 4 por la otra».