

## ANÁLISIS DE UNA EXPERIENCIA DE CONTENIDOS ESTADÍSTICOS CON TECNOLOGÍA HIPERMEDIA PARA LA FORMACIÓN DE DOCENTES

### *Analysis of an experience of statistics topics with hypermedia technology for teachers' training*

J. M.<sup>a</sup> CHAMOSO SÁNCHEZ, J. F. GARCÍA SÁNCHEZ y M.<sup>a</sup> M. RODRÍGUEZ SÁNCHEZ

*Depto. de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales, Facultades de Educación y Magisterio. Universidad de Salamanca*

**RESUMEN:** Se presenta una experiencia en la que se utiliza hipermedia como instrumento para formación de docentes. Más concretamente, estudiantes universitarios futuros docentes, de forma conjunta con futuros informáticos, diseñan e implementan contenidos matemáticos relacionados con conceptos estadísticos en soporte hipermedia con el objetivo de que los futuros docentes tengan que plantearse su propia enseñanza pensando en sus estudiantes, en el concepto que se pretenda trabajar y en la forma en que se desee que éste llegue a aquellos. Se analizan los resultados y se exponen conclusiones del trabajo realizado.

*Palabras clave:* educación matemática, tecnología, hipermedia, formación de profesores, estadística.

**ABSTRACT:** It is presented an experience in which is used hypermedia as a tool for education of teachers. More exactly, university students to be school teachers, with university computer science students, design and implement statistics topics with medium hypermedia with the aim that the future teachers must organize their teaching thinking in students, the topic is intended to work and the way which the idea is wanted to get to them. Results are analysed and conclusions of work are exposed.

*Key words:* mathematics education, technology, hypermedia, education of teachers, statistic.

## 1. INTRODUCCIÓN

La influencia de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la sociedad tiene que tener su repercusión en la enseñanza de las Matemáticas. Sin embargo no es fácil por diversas razones como, por ejemplo, insuficiencia de ordenadores, escasez de software, aulas no preparadas, necesidad de una metodología diferente donde se modifica el papel del profesor y del alumno, escasez de directrices para desarrollarla, enseñanza tradicional fuertemente arraigada o falta de preparación del profesorado. Las investigaciones sobre ello también son escasas. Además, la comunidad de educación matemática suele mostrar una actitud pasiva de manera que, ante las diversas propuestas e innovaciones con ellas, se aceptan como algo novedoso sin ninguna crítica y sin estudiar sus posibilidades educativas. Por ejemplo, muchos estudiantes pueden utilizar las tecnologías para hacer Matemáticas pero, en algunos casos, ello se convierte en un obstáculo al considerarse como algo nuevo y distinto, lo que hace que se centren más en las propiedades del sistema que utilizan que en el aprendizaje de los contenidos.

Pero los sistemas hipermedia presentan características especiales como la integración de diversos medios, la motivación, la interactividad, la retroalimentación, la multirrepresentación, la animación, la simulación y los enlaces, posibilidades que permiten organizar los contenidos de forma diferente a la usual, aunque ésta no está claramente definida ni tampoco su validación pedagógica. El objetivo de esta experiencia es utilizar el soporte hipermedia para la formación de docentes. Para ello se pretende que los futuros profesores diseñen el planteamiento de un conocimiento pensando en el que va a aprender y no en el que lo va a enseñar. Ello obliga a una estructuración atendiendo a la esencia del concepto. Posteriormente se implementará en soporte hipermedia y se validará en las aulas con el fin de comprobar sus posibilidades, sus aspectos positivos y sus carencias, lo que se espera que proporcione una forma innovadora de enseñanza, más motivadora para los estudiantes y el profesor, con el desarrollo de un trabajo más significativo. De esa forma se confía que contribuya a cambiar la actitud negativa existente hacia las Matemáticas y se mejore el rendimiento de los componentes de la comunidad educativa hacia ellas.

## 2. LA TECNOLOGÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Las interacciones entre la investigación en Educación Matemática, el desarrollo de la tecnología en la escuela y el proceso de aprendizaje son complejos. La enseñanza y aprendizaje envuelven procesos complicados y las TIC añaden más complejidad. Las herramientas tecnológicas influyen en el aprendizaje, pero frecuentemente lo hacen de forma impredecible. Los resultados de las investigaciones tienden a reflejarse en forma de avance de conocimiento y suelen conducir a nuevas preguntas y nuevas perspectivas más que a respuestas definitivas. La literatura presenta cada vez más aspectos de esa complejidad, pero carece de un entendimiento global. Quizás sea preciso reconceptualizar el aprendizaje matemático aunque queda mucho por investigar (Hoyles y Noss, 2003; Kaput y Thompson, 1994; Lagrange, Artigue, Laborde y Troughé, 2003).

Una cuestión importante es si el desarrollo tecnológico realmente mejora no sólo la forma en que tiene lugar el aprendizaje, sino también el conocimiento de cómo

aprendemos. Se necesita identificar qué es diferente en la nueva era electrónica y qué significan esas diferencias en términos de conocimiento, aprendizaje, enseñanza y otros asuntos relacionados con éstos. Hay que examinar la manera en que la tecnología electrónica se puede utilizar para representar ideas y procesos matemáticos, y cómo difiere esa representación de la tradicional (Kaput, 1992).

Por ejemplo, el ordenador permite construir muchas formas de representar una función, pero eso no aporta nada si no existe una fuerte interpretación de lo que se hace. Los ordenadores proporcionan una nueva forma de pensar, no sólo una herramienta de cálculo (Noss, 2001). La forma de representación y la visualización son una de las áreas de especial interés en Educación Matemática dado que el pensamiento visual puede ser un poderoso recurso para que los estudiantes hagan Matemáticas (Nemirovsky y Noble, 1997). Por ejemplo, un estudio sobre las reacciones de los niños a los colores y gráficos en un entorno de aprendizaje de Matemáticas, basado en ordenadores, puede verse en Sedighian y Sedighian (1997). También los juegos forman parte importante en la introducción de las TIC en la educación puesto que pueden ser altamente efectivos para el aprendizaje de las Matemáticas al poseer propiedades atractivas para los estudiantes (Klawe, 1998, 2000; Sedighian y Klawe, 1996). No obstante, su efectividad para ir más allá del propio juego y favorecer un aprendizaje significativo depende de factores como el software empleado, la interface, el nivel de integración con las actividades de aprendizaje, etc. Además, la facilidad para el acceso a Internet también ha favorecido su inclusión como una herramienta más en la Educación Matemática. Este uso se lleva a cabo tanto por los profesores que conocen algunas de las aplicaciones de Internet (Halpin, 1999; Pugalee y Robinson, 1998), como por quienes lo utilizan para la enseñanza a distancia o como fuente de recursos para el aula (Chen Wang, 2001; Koehler, Petrosino y Lehrer, 1999; Sala, 2002; Tuckman, 2002).

Parece difícil hacer Matemáticas sin hacer manipulaciones. Sin embargo, el ordenador sustituye ese hecho con el de realizar representaciones diversas y simulaciones interactivas que llevan a permitir interpretar soluciones que se pueden comprobar con herramientas tecnológicas. Además, sus posibilidades permiten que se adapten a los diversos tipos de personas, lo que las convierten en un instrumento importante en el campo de las necesidades sociales (por ejemplo, Keitel, 1986).

Otro aspecto importante es la formación de profesores de Matemáticas. Se han desarrollado varias aplicaciones de tecnología electrónica que han contribuido a ese campo, pero las herramientas que hay en la actualidad en los diferentes países es desalentadora. Se hacen nuevos desarrollos cada año, tanto en software como en hardware, pero no se introducen en las aulas. Sin embargo, un amplio rango de tecnologías se está usando en la formación del profesor de Matemáticas con diversos objetivos. Mousley, Lambdin y Koc (2003) distinguen tres:

- Creación y uso de videotapes, videodiscos y multimedia para conseguir un amplio rango de interacciones pedagógicas que se puedan analizar. Se han transcrito interacciones verbales de video y audio que han ayudado a explicar lo que se ve. Para ello se han utilizado recursos multimedia que permiten más posibilidades (por ejemplo, Daniel 1996; Herrington, Herrington, Sparrow y Oliver, 1998).

- Utilización de Internet para, por ejemplo, facilitar la comunicación.
- Uso de ordenadores, calculadoras y otros recursos electrónicos para preparar a los profesores para utilizarlos para hacer Matemáticas en las aulas.

El objetivo de este artículo es el diseño e implementación de un contenido con sistemas hipermedia como instrumento para formación de docentes, que no está recogido en la clasificación anterior.

En definitiva, «la tecnología puede ser una herramienta útil para cambiar lo que pensamos acerca de las Matemáticas y la forma en que enseñamos Matemáticas a nuestros estudiantes» (Van Voorst, 1999). Por eso, utilizar ordenadores obliga a reformular lo que se entiende por Matemáticas y lo que se busca al enseñarlas. Pensar en ordenadores en Educación Matemática no debería querer decir pensar en ordenadores, sino repensar la Educación Matemática (Clements, 2000; Noss, 2001; Smith, 1999).

Para ello hay que tener en cuenta algunos aspectos además de los objetivos propios del proceso educativo (Hoyles, 2001):

- El uso de tecnología, tanto para estudiantes como para profesores, tiene que considerar lo que ellos desean conseguir y cómo la tecnología puede ayudarles.
- La tecnología tiene que estar cuidadosamente integrada dentro del curriculum y no añadida a él.
- El objetivo de cualquier actividad no tiene que ser el software o el hardware, sino que lo más importante ha de ser, sin duda, el conocimiento matemático.

### 3. LAS POSIBILIDADES DE LOS SISTEMAS HIPERMEDIA

Los sistemas hipermedia posibilitan organizar el conocimiento de manera diferente a la de otros medios de enseñanza pues permiten estructurar la información en bloques, conectados mediante enlaces, a través de los cuales se puede recuperar la información almacenada cuando sea necesario. Además, se caracterizan porque permiten la integración de texto, sonido, locución, imagen, animación, video, interacción y enlaces en un mismo soporte. Cada uno de estos medios son, por sí mismos, sistemas de comunicación informática, entendidos éstos como formas de transmisión de la información que se pueden utilizar según el objetivo que se pretenda. Así se pueden usar diferentes presentaciones de texto o sonido, distintos tonos de voz, exposiciones en video como refuerzo, animaciones motivadoras, simulaciones explicativas, etc. Al presentarlos de forma conjunta suman sus posibilidades independientes como, por ejemplo, mostrar el mismo mensaje de manera visual y auditiva, lo cual se puede acompañar con una simulación o animación explicativa. Ello permite una presentación atractiva que suele llevar consigo una mayor motivación del usuario, tanto por el efecto visual inicial como por el contexto posterior al posibilitar un acercamiento a situaciones similares de la vida real (donde aparecen colores, sonidos, figuras, representaciones...). Esta motivación suele ser muy importante para cualquier tipo de presentación. Además se pueden proponer tareas y medir el grado de ayuda que se necesita para terminarlas satisfactoriamente. En este sentido, la necesidad de que los enlaces y la interacción sean adecuados es fundamental (López, 1999).

Algunas características que un sistema hipermedia puede presentar son las siguientes (Chamoso, Hernández, López y Rodríguez, 2002; Chamoso, Hernández, Martín, Pereña y Rodríguez, 2003):

- INTERACTIVIDAD Y RETROALIMENTACIÓN. Permiten establecer una relación entre la persona que utiliza el sistema y la máquina que responde a sus acciones. Esta respuesta analiza si el camino elegido es adecuado, ofrece ayuda para solucionar dificultades, remarca errores, etc. Estas posibilidades pueden adaptar el ritmo y nivel de trabajo de cada usuario al control activo que éste pueda o quiera ejercer. Por tanto, su utilización en la enseñanza permitiría implicar al alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje y ayudar a una construcción del conocimiento de una forma más personalizada (Kaput, 1992).
- MULTIRREPRESENTACIÓN. Cuando un conocimiento se presenta con representaciones diversas se favorece la consecución del mismo y suele conllevar una interiorización más significativa. Aunque esto es posible hacerlo mediante un libro de texto, las posibilidades de los sistemas hipermedia lo hacen más apropiado, especialmente por medio de sonido, tonos de voz, imágenes, animaciones, simulaciones, etc. (Ainsworth, 1999; Confrey y Smith 1994; Kaput, 1986; Shaffer y Kaput, 1999).
- ANIMACIÓN Y SIMULACIÓN. La posibilidad de realizar animaciones y simulaciones permite representar procesos dinámicos o secuenciales en el tiempo. Ese dinamismo contrasta con los desarrollos fundamentalmente estáticos de los libros de texto. Estos dos elementos, utilizados de forma adecuada, pueden dar una visión diferente de la enseñanza (Kaput, 1992; Resnick, 1994).
- ENLACES. Permiten establecer una estructura reticular de la información que posibilita el acceso de unas partes a otras, la obtención de distintos tipos de ayuda o el uso de elementos accesorios que puedan ser de utilidad. Trabajar los contenidos de esta forma, similar a como se organiza la mente, ayuda al usuario a vincular el nuevo conocimiento con el ya existente favoreciendo un aprendizaje más significativo. En cambio, el contenido del libro de texto es lineal (Kaput, 1992).
- REFUERZO. Se refiere a la posibilidad de consolidar los contenidos presentados mediante la introducción adecuada de actividades, ejemplos y contraejemplos, imágenes, simulaciones y juegos. Para ello es fundamental la organización de los enlaces, la multirrepresentación y la interacción, sin olvidar que una buena simulación puede aclarar muchas dificultades.

Estas propiedades permiten que el usuario controle el trabajo que quiera ejercer pudiendo insistir en los aspectos que le presenten dificultades, recordar o aprender conceptos que no tenga suficientemente asimilados o avanzar en aquellos que domine con seguridad, con lo que el proceso de enseñanza-aprendizaje se adaptará a cada persona. El objetivo es mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje. Además, es posible llevar a cabo una evaluación continua de cada usuario y una autoevaluación. Todo ello permite organizar el conocimiento de una forma diferente a la usual del libro de texto (Kaput, 1992).

Cabe destacar que un trabajo en soporte hipermedia desarrolla una motivación espontánea que favorece el aprendizaje. También impulsa una autonomía en el estudiante,

caracterizada por distintos aspectos: puede aprender a su propio ritmo de manera que se respeten sus diferencias individuales y se ofrezca una educación más adaptada a cada uno de ellos; facilita que construya su propio conocimiento de forma más acusada que en otros soportes, bajo la dirección de un docente, pero sin la necesidad de la presencia constante de éste; se posibilita su trabajo personal, pudiendo completar la tarea encomendada a su propio ritmo; permite la autoevaluación permanente del alumno, lo cual ayuda a la motivación de logro.

Además, el empleo de herramientas hipermedia puede mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos más que el de otras disciplinas por diversas razones fundamentales (López, 1999):

- El conocimiento matemático no es lineal, sino que está organizado en forma de redes proposicionales cuyos nodos se conectan entre sí por múltiples enlaces transversales y de distinto nivel, lo que hace que sea difícil plasmarlo en el lineal libro de texto. Por eso, las Matemáticas se convierten en uno de los principales campos en que han trabajado los sistemas hipermedia, ya que la organización de éstos por medio de enlaces permite emular dicho conocimiento.
- Las Matemáticas, quizás más que cualquier otra disciplina, necesitan una buena codificación y organización de la información, así como simulaciones y multi-representaciones que faciliten la adquisición de los diversos conceptos. Los libros permiten recoger representaciones gráficas, incluso ilustradas con gran detalle, pero es más difícil desarrollar procedimientos. Los sistemas hipermedia ofrecen estas peculiaridades de forma más adecuada que otros soportes de enseñanza conocidos, con lo que se espera que se consiga un aprendizaje más eficiente.

#### 4. OBJETIVOS

La enseñanza tradicional siempre se ha basado en la presentación del profesor que, normalmente y a pesar de su interés, en la mayor parte de los casos lo suele hacer de la forma que acostumbra sin tener en cuenta a los alumnos a los que va dirigido. Los estudios actuales hacen mucho hincapié en considerar al estudiante. Los docentes deben ser conscientes de ello. Una de las dificultades de la enseñanza en general, y de las Matemáticas en particular, es presentar los contenidos de forma adecuada para que se puedan adaptar a los conocimientos y disposición de los alumnos a los que se les pretende impartir, de manera que éstos formen una imagen en su mente del contenido de que se trate.

Para ello se desea utilizar la hipermedia como un instrumento con el que los docentes tengan que plantearse su propia enseñanza pensando en sus estudiantes, en el concepto que se pretenda trabajar y en la forma en que se desee que éste les llegue. Más concretamente, con ese objetivo, se pretende que los propios estudiantes universitarios diseñen las actividades para que se puedan implementar en soporte hipermedia. Existen precedentes de trabajos con objetivos similares como, por ejemplo, el proyecto de Noss (2001) sobre juegos de ordenador para niños. El objetivo era que éstos los diseñaran por sí mismos y no que lo hicieran los adultos pensando en ellos. Esto es importante porque trabajan en el nivel que ellos necesitan y no en el que se cree que necesitan.

Los resultados de algunas experiencias reseñadas anteriormente han puesto de manifiesto la importancia del diseño de las aplicaciones y simulaciones para que puedan ser programadas de modo que se adapten a la idea de los contenidos que se quieren organizar. Ello lleva consigo el replanteamiento de determinados conceptos, de modo que pasen de ser meros algoritmos que sólo se utilicen para realizar determinadas operaciones, a convertirse en estructuras con un significado muy preciso que dejen traslucir la esencia y sentido del concepto más que la forma de computarlo. Bajo esta nueva perspectiva, la herramienta hipermmedia pasa a ser un instrumento con el que los diseñadores deben replantearse sus propios procesos de enseñanza, así como la forma de entender determinados contenidos matemáticos y la forma de transmitirlos.

Por todo ello, el objetivo fundamental es demostrar que las herramientas hipermmedia permiten construir las Matemáticas de una forma diferente que favorezca una mayor eficacia en el aula, de manera que se mejoren las actitudes de los estudiantes hacia las Matemáticas así como el aprendizaje de sus contenidos. De forma más específica se pretende:

1. Realizar el diseño, implementación y evaluación de una experiencia con sistemas hipermmedia como instrumento para la formación de docentes.
2. Extraer conclusiones y propuestas que puedan proporcionar información sobre las posibilidades de las TIC y de los sistemas hipermmedia en el aula para ayudar a mejorar la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

## 5. METODOLOGÍA DE LA EXPERIMENTACIÓN DE SISTEMAS HIPERMEDIA COMO INSTRUMENTOS DE FORMACIÓN DE DOCENTES

### 5.1. Participantes

La experimentación se hizo con estudiantes universitarios de alguna de las especialidades de Magisterio y de Informática, en una asignatura denominada *Informática aplicada a la enseñanza*, en la Facultad de Educación de la Universidad de Salamanca, en la que participaban estudiantes de ambas diplomaturas. Se desarrolló durante dos horas semanales a lo largo de tres meses de clase aunque algunos alumnos, libremente, avanzaron en casa.

### 5.2. Forma de trabajo

En una primera fase, se presentaron a los estudiantes universitarios ejemplos hipermmedia donde se estudió, analizó y discutió su diseño y objetivo. Para ello se utilizaron diversos trabajos en soporte hipermmedia como, por ejemplo, *Resolución de Problemas en Matemáticas* (Chamoso, Hernández, López y Rodríguez, 2004), *Pitágoras y los pitagóricos* (Chamoso y Rodríguez, 2004).

Posteriormente se pidió a los futuros docentes que hicieran el diseño de un contenido de Matemáticas para que pudiera ser implementado en soporte CD-ROM, de lo que se encargarían los estudiantes de Informática. En concreto, la forma de trabajo fue en grupos de dos personas, una de las cuales era estudiante para maestro, que se encargó del diseño de un conocimiento de manera que se adaptara a la idea del contenido que



se quería organizar para que se pudiera programar, y la otra, estudiante de los estudios universitarios de Informática, que se ocupó de la implementación y programación, ya fuera con Macromedia Director, PowerPoint o Neo Book, todo ello trabajado de común acuerdo entre ellos. Tenían que decidir qué conceptos querían enseñar y, especialmente y en función de ello, la manera de hacerlo. Se aconsejó que buscaran la imagen del contenido que reflejara la esencia del mismo y que se adaptara al futuro usuario. Se esperaba que, de esta forma, fueran conscientes de la dificultad de la enseñanza y de la obligación constante del docente de pensar en el que va a aprender. Por otro lado, dada la complejidad de Macromedia Director y debido a que los estudiantes no lo conocían, con la pretensión de que no se descentrase el objetivo pretendido, tuvieron un experto que dio pautas básicas de funcionamiento y ayudó a implementar algunos aspectos a aquellos estudiantes que lo solicitaron.

En definitiva, el desarrollo de este trabajo pretendió seguir una colaboración que responde a lo que entendemos que debe ser el trabajo en hipermedia: entre especialistas en Educación Matemática y en Informática, con una colaboración continua a lo largo de todo el proceso. Parece evidente que el formato hipermedia crea un marco que permite, al especialista en educación, construir enlaces y conexiones en función de sus propias experiencias, lo que le lleva a personalizar y reformular la presentación de los temas según su conocimiento; pero, además, se hace necesaria la cooperación con especialistas en programación para poner estas estrategias en práctica.

Finalmente, durante una sesión de dos horas, hubo una presentación final del trabajo realizado por cada grupo de estudiantes a toda la clase y un debate posterior que se prolongó durante tres semanas más. Los aspectos más destacados se detallan posteriormente.

### 5.3. *Contenidos*

Se decidió trabajar con estadística descriptiva elemental porque se consideró que presentaba muchas posibilidades, aunque se dejó libertad para que cada grupo eligiese lo que le pareciese. Según nuestra experiencia docente, muchos estudiantes para maestro consideran la media, por ejemplo, como el resultado de una operación en que se suman los valores de todos los casos existentes y se divide entre el número de ellos. Eso no tiene sentido en un diseño multimedia porque no sería más que el procedimiento para calcular la media, pero no la esencia del concepto. Por ello se hace necesario pensar en el significado del mismo. Una posibilidad sería organizar columnas para cada valor formadas por cubitos de manera que, para hacer la media, se trasvasaran unos cubos de una columna a otra hasta que todas tuvieran la misma altura. De esa forma, la media de un conjunto de valores se entendería como el resultado de juntar todos los elementos de los diversos valores y repartirlos a partes iguales entre cada uno de ellos.

## 6. RESULTADOS

El resultado se clasificó en función de la forma en que organizaron la presentación del contenido al estudiante. En concreto, si lo hicieron de una manera en que se abordaban directamente los contenidos que se pretendían estudiar de una manera tradicional



o, por el contrario, si lo hacían a partir de una situación cotidiana en que, aparentemente, no existían contenidos matemáticos y éstos iban surgiendo en el desarrollo de la misma. Detallemos ambos casos:

El primer caso lo forman aquellos grupos de estudiantes que, en el desarrollo de su presentación, primeramente se refieren a los contenidos que se desea trabajar, ya sea de forma teórica o por medio de una actividad, sin participación directa del usuario aunque con pantallas de ayuda a las que éste puede acceder si lo desea, ya sea para consultar aspectos teóricos o comprobar los resultados obtenidos (4 grupos). Concretamente:

- Con el plano de una ciudad en el que se pide calcular la media de las alturas de los edificios de algunos barrios (1 grupo).
- Con una actividad en que se solicita hallar la media, mediana y moda de la temperatura que alcanza un cierto número de personas cuando se les suministra una vacuna (1 grupo).
- Con un problema en el que se pide calcular media, mediana y moda de las notas de alumnos de varias aulas (1 grupo).
- Con conceptos de geometría elemental donde, después de la presentación teórica a partir de elementos cotidianos, se relaciona con canciones infantiles (1 grupo).

El segundo grupo está formado por aquellos trabajos que comienzan con una presentación de un aspecto cotidiano en el que, explícitamente, no aparecen contenidos matemáticos para, posteriormente y a partir de ella, introducir el concepto (8 grupos). Concretamente:

- En una carretera, con varios carriles de circulación en el mismo sentido, hay un semáforo cerrado y un guardia que, a toque de silbato, intenta organizar los coches que van llegando con el objetivo de agilizar el tráfico cuando el semáforo se abra. El mismo programa los reorganiza cuando el usuario lo solicita, a partir de lo cual aparece el contenido matemático. Es decir, a partir de una presentación atractiva, consistente en filas de diferente número de coches, se plantea que todas tengan el mismo número, lo que equivale a hallar la media y lo que permite enlazar con la imagen del concepto.



FIGURA 1. Carretera con los coches y el guardia.

- Una actividad similar basada en el reparto equitativo de caramelos. A diferencia del caso anterior en el que el programa hacía la reordenación automática ante el requerimiento del usuario, ahora es éste el que mueve y, directamente, coloca los caramelos en los montones adecuados. A continuación se estudian los resultados de los lanzamientos a una diana en la que varias personas obtienen la misma media. Ello no permite decidir el ganador, lo que obliga a buscar otros referentes como estudiar la regularidad de los valores obtenidos, lo que introduce el concepto de desviación típica (1 grupo).
- Una actividad basada en el lanzamiento de monedas de forma aleatoria. Concretamente, situaron varios galgos en la parrilla de salida de una pista de carreras y, cuando lo decide el usuario, se lanzan cinco monedas de manera que el galgo de la calle cuyo número coincide con el número de caras obtenidas avanza un espacio. El objetivo es descubrir el que llega primero, algo que se puede prever teóricamente al estudiar las distintas posibilidades que existen al lanzar monedas. Al terminar, se puede acceder a una pantalla en la que aparece el espacio muestral con las posibilidades existentes. Posteriormente se puede enlazar con otros juegos de desarrollo similar que utilizan dados en vez de monedas y los galgos avanzan dependiendo del resultado de sumar o restar los puntos obtenidos al lanzar dos de ellos (2 grupos trabajaron conjuntamente en la misma actividad).

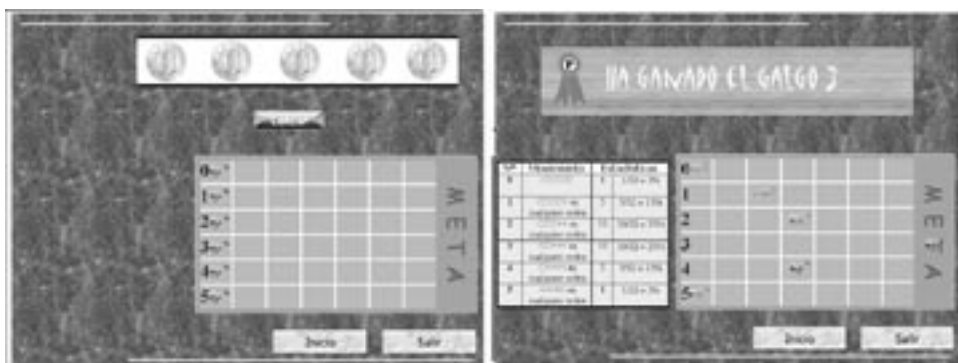


FIGURA 2. Carrera de galgos.

- Varios grupos trabajaron en actividades parecidas aunque independientemente. Detallamos una de ellas: En un intento de catalogar la calidad de las bebidas de una bodega, al tratarse de datos cualitativos y no ser posible utilizar la media, se hacía necesario buscar otras referencias como ordenar las botellas en función de su calidad, lo que lleva a la introducción del concepto de mediana (3 grupos).
- Un concurso de triples en unas canastas de baloncesto. A partir de los resultados obtenidos y situados en una tabla, para conocer la media sale un muñequito que

va desplazando cajitas de las columnas más altas de la gráfica a las más bajas hasta que todas tengan la misma altura. Posteriormente también escenifica la esencia del concepto de varianza señalando, en cada caso, lo que sobra y falta para la media. A continuación se pide al usuario que asocie cada resultado con la gráfica correspondiente con el objetivo de reforzar la asociación del concepto de varianza con el de dispersión (1 grupo).

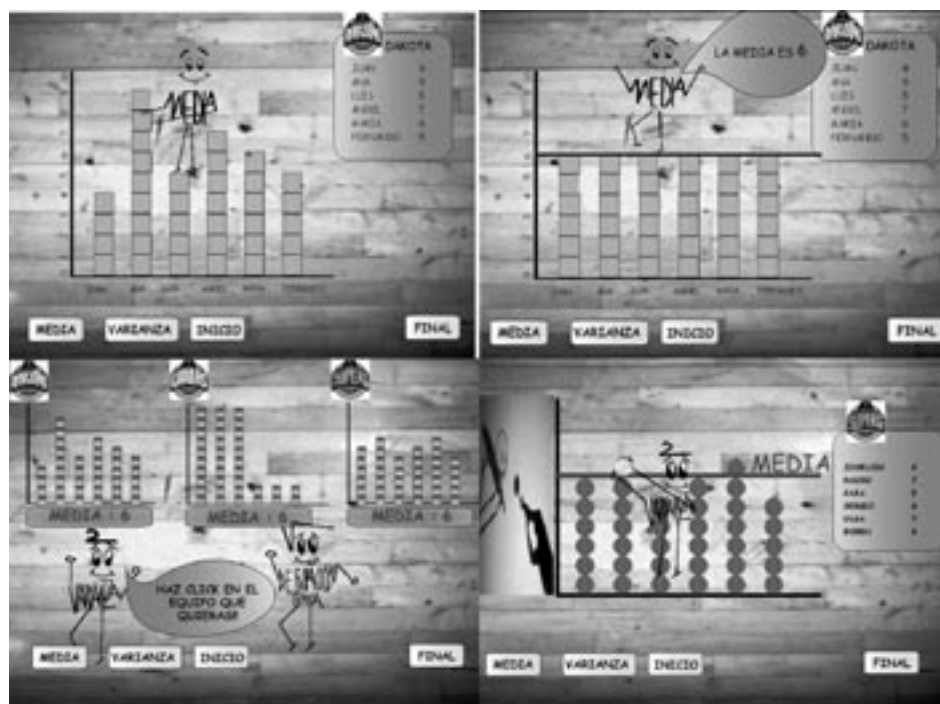


FIGURA 3. Concurso de triples.

## 7. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los estudiantes quedaron muy satisfechos del trabajo realizado. Concretamente, los alumnos para maestro que hicieron el diseño de un contenido estadístico declararon que, de esa forma, debían colocarse en el lugar del que aprende para que éste comprendiera la esencia del concepto algo a lo que, decían, «no estaban acostumbrados». Llegaron a afirmar que, aunque se trataba de conceptos estadísticos elementales que sabían, realmente nunca habían pensado en su significado y lo que muchos de ellos conocían era, únicamente, la forma de realizar el cálculo. Este trabajo les obligó a pensar en la manera de expresar su significado.

En el caso de los galgos, el diseño hipermedia permite corroborar lo que ocurre de forma teórica. Además, los estudiantes explicaron que habían decidido dejar casos

imposibles para que el usuario se diera cuenta de la existencia de posibilidades nulas (los galgos que ocupaban los lugares del 1 al 12 y avanzaban si su número coincidía con la suma de los dados). En algunas simulaciones el resultado obtenido podía no coincidir con el más probable, lo que recuerda que la probabilidad es una esperanza de lo que puede ocurrir, pero sin certeza absoluta de que suceda.



FOTOGRAFÍA 1.  
 Ábaco de un parque.

Fue este grupo el que, a partir de la discusión final en la sesión de presentación de los trabajos de todos los estudiantes, sugirió hacer un diseño conjunto de todos los alumnos con el profesor. En concreto, se decidió realizar el diseño e implementación de un ábaco en soporte hipermedia. Para ello, inicialmente, se decidió aclarar qué se entendía por ábaco. Todos lo conocían, pero no se ponían de acuerdo en su objetivo ni en algunos detalles de su funcionamiento. Un estudiante recordó el de un parque cercano (Fotografía 1). Alguien sugirió que, si el objetivo del ábaco era representar el valor posicional de las cifras, las barras deberían estar en vertical porque los dígitos de cada número se encuentran uno a continuación de otro y no uno encima de otro. Otro estudiante criticó que, en cada apartado, debería haber 9 bloques en vez de 10 porque los dígitos varían de 0 a 9 en las cifras de cada número.

El resultado de los diversos puntos de vista hizo que se diseñara un ábaco vertical plano, en el que en cada apartado podía haber 9 piedrecitas como máximo y en el que el color fuera el mismo para todas las piedrecitas con el objetivo de resaltar el valor del sistema posicional en que todas las cifras son iguales y se diferencian únicamente cuando están situadas en lugares distintos. Su funcionamiento es el siguiente: Cuando se desea representar un número, todas las piedrecitas que lo representan se colocan en la casilla que está más a la derecha, pero eso contradice el acuerdo de que no podía haber más de nueve cuentas en cada espacio. Por tanto, a partir de la décima, las piedrecitas que van llegando empiezan a parpadear porque no deberían estar allí. Una vez que están todas en ese espacio, cada diez piedrecitas se sustituyen por una que se sitúa en el espacio contiguo de su izquierda, el de las decenas, y así sucesivamente hasta que en cada compartimento queden, como máximo, nueve (más detalle, Chamoso, Hernández, López, Martín y Rodríguez, 2002).

Una vez construido el ábaco, había que decidir cómo utilizarlo para realizar operaciones elementales. Para efectuar la adición «sin llevadas» se simuló el proceso mental de esa operación considerando el valor relativo de las cifras. Por ello, se decidió que fueran cayendo piedrecitas en el espacio situado más a la derecha del ábaco y que simboliza las unidades, una por una hasta representar el primer número que se desea sumar. Posteriormente surge otro ábaco que se sitúa debajo del anterior, donde se repite el mismo proceso con el segundo sumando. Y, cuando ambos números están representados, aparece un

tercer ábaco que es el que se va a utilizar para realizar la operación, que se hace sin más que llevar las unidades y decenas de ambos sumandos al espacio respectivo correspondiente de este último ábaco (ver figura 4).

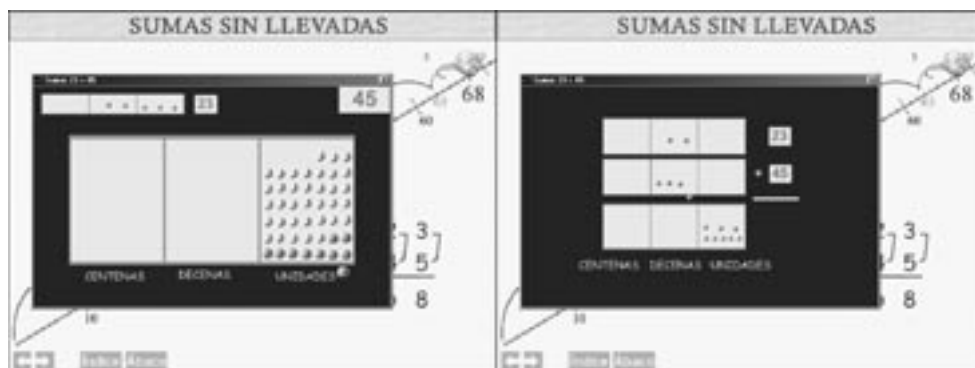


FIGURA 4. Pantallas del ábaco en la adición «sin llevadas».

Cuando se trata de adición «con llevadas» el procedimiento es parecido, pero cuando en algún espacio haya más de nueve piedras, cada diez de ellas se transforman en una del espacio situado inmediatamente a su izquierda.

La utilización del ábaco para la sustracción es similar. Si en la adición subyacía la idea de juntar todas las piedras en el tercer ábaco, en la sustracción lo hace la de eliminar el mismo número de piedrecitas en el minuendo y en el sustraendo para cada uno de los dígitos. De esa forma en el ábaco inferior, aquél en el que se va a reflejar el resultado de la operación, quedarán las restantes. Si en la operación hubiese que realizar llevadas, sería preciso sustituir una piedra de un cierto orden por diez del orden inmediatamente inferior en aquellos casos en que fuera necesario. A partir de ahí ya se puede seguir todo el proceso anteriormente explicado (ver figura 5).

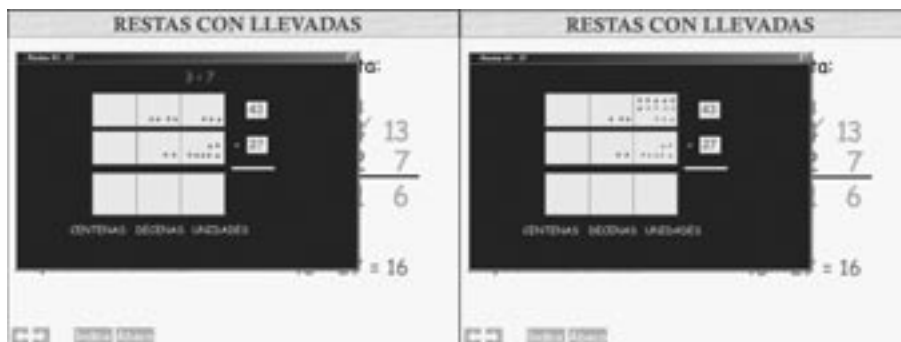


FIGURA 5. Pantallas del ábaco en la sustracción «con llevadas».

Con todo ello se está yendo a la misma esencia del desarrollo de las operaciones elementales, con lo que se demuestra que el descubrimiento del sistema posicional, especialmente por las ventajas que aporta para poder expresar cualquier número que se desee con pocos dígitos y la forma en que posibilita realizar cualquier operación elemental, se convierte en uno de los más grandes descubrimientos de la historia de la humanidad.

Como reflexión final podemos decir que las Nuevas Tecnologías y, en particular, los sistemas hipermedia permiten crear situaciones de aprendizaje que pueden favorecer la adquisición de conceptos y procedimientos matemáticos aunque no existen indicaciones claras de cómo el profesor debe utilizarlas en el aula de Matemáticas (Kaput y Thompson, 1994). Con este planteamiento, se han utilizado los sistemas hipermedia como instrumento de formación de docentes. Utilizarlo de esa forma obligaría al futuro docente o al docente en ejercicio a crear un nuevo contexto de enseñanza, desarrollar actividades variadas, redefinir estrategias, cambiar la manera de presentación de la información matemática, organizar la evaluación, etc. No se trata de que realice el diseño e implementación de las actividades hipermedia por sí mismo, pero sí de que las organice según su concepción de enseñanza.

Pero las nuevas tecnologías no pretenden arrinconar otros recursos e instrumentos educativos, sino que convendrá utilizar unos u otros en cada momento o una combinación de ellos, siempre tratando de conseguir una clase más receptiva, práctica, motivadora, amena y, sobre todo, de favorecer que el conocimiento sea más significativo para el alumno.

Autores importantes consideran que la información tecnológica producirá la mayor transformación en Educación Matemática en todos los aspectos. Las investigaciones desarrolladas muestran que se han abierto las puertas a nuevas formas de enseñanza y aprendizaje que pueden ayudar a que los estudiantes entiendan, comprendan y aprendan mejor las Matemáticas, aunque esto no se realiza automáticamente. Para que esto sea posible, hay que utilizarla de forma reflexiva y adecuada dependiendo del objetivo de que se trate. Es decir, no se considera que el objetivo de los recursos hipermedia sea sustituir al profesor, sino ayudar a éste y crear diferentes papeles para ellos (Lampert y Ball, 1998).

Sin embargo, surge la pregunta: Hasta ahora se ha intentado que los estudiantes trabajen Matemáticas de muchas formas, pero siempre con lápiz y papel a mano. Estudiante, lápiz y papel, un pensamiento colectivo. ¿Eso es posible mantenerlo en un ambiente de ordenador? (Villarreal, 2000).



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AINSWORTH, S. (1999): The functions of multiple representations. *Computers & Education* 33, 131-152.
- CHAMOSO SÁNCHEZ, J. M.<sup>a</sup>, L. HERNÁNDEZ ENCINAS, R. LÓPEZ FERNÁNDEZ, J. MARTÍN LALANDA y M. RODRÍGUEZ SÁNCHEZ (2002): La simulación de un ábaco interactivo para la comprensión de la numeración elemental. *Actas del V Simposio sobre aportaciones del área de Didáctica de las Matemáticas a diferentes perfiles profesionales*, 167-174.
- CHAMOSO SÁNCHEZ, J. M.<sup>a</sup>, L. HERNÁNDEZ ENCINAS, R. LÓPEZ FERNÁNDEZ y M. RODRÍGUEZ SÁNCHEZ (2002): Designing Hypermedia Tools for Solving Problems in Mathematics. *Computers & Education* 38, 303-307.
- (2004): *CD-ROM para la Resolución de Problemas en Matemáticas*. Madrid: Nivola (Finalista v Premio Möbius Barcelona Multimedia 1999).
- CHAMOSO SÁNCHEZ, J. M.<sup>a</sup>, L. HERNÁNDEZ ENCINAS, J. MARTÍN LALANDA, J. C. PEREÑA MORO y M. RODRÍGUEZ SÁNCHEZ (2003): Algunas aportaciones de la hipermedia a la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. *Actas VII Seminario Regional Castellano-Leonés de Educación Matemática*. Sociedad Castellano-Leonesa de Profesores de Matemáticas. Ponferrada, 265-271.
- CHAMOSO SÁNCHEZ, J. M.<sup>a</sup> y M. RODRÍGUEZ SÁNCHEZ (2004): *CD-ROM de Pitágoras y los pitagóricos*. Madrid: Nivola.
- CHEN WANG, L. C. (2001): Enhancing student performance on state mathematics proficiency test: using multimedia collaborative web-based lesson plans and practice test. *Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications (EDMEDIA)*, vol. 1, 2003-2004.
- CLEMENTS, D. H. (2000): From exercises and tasks to problems and projects. Unique contributions of computers to innovate mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior* 19, 9-47.
- CONFREY, J. y E. SMITH (1994): Exponential functions, rates of change, and the multiplicative unit. *Educational Studies in Mathematics* 26, 135-168.
- DANIEL, P. (1996): Helping Beginning Teachers Link Theory to Practice: An Interactive Multimedia Environment for Mathematics and Science Teacher Preparation. *Journal of Teacher Education* 47, 3, 197-204.
- HALPIN, R. (1999): A model of constructivist learning in practice: computer literacy integrated into elementary mathematics and science teacher education. *Journal of Research on Technology in Education* 32, 1, 128-138.
- HERRINGTON, A., J. HERRINGTON, L. SPARROW y R. OLIVER (1998): Learning to Teach and Assess Mathematics Using Multimedia: A Teacher Development Project. *Journal of Mathematics Teacher Education* 1, 89-112.
- HOYLES, C. (2001): Steering between skills and creativity: A role for the computer. *For the Learning of Mathematics* 21, 1, 33-39.
- HOYLES, C. y R. NOSS (2003): What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education en A. J. BISHOP, M. A. CLEMENTS, C. KEITEL, J. KILPATRICK y



- F. K. S. LEUNG (Eds.) *Second International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht, Great Britain: Kluwer Academic Publishers, 323-349.
- KAPUT, J. J. (1986): Information technology and mathematics: Opening new representational windows. *The Journal of Mathematical Behavior* 5, 2, 187-207.
- (1992): Technology and Mathematics Education en D. A. GROUWS (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. NCTM, New York: Macmillan Publishing Company, 515-556.
- y P. W. THOMPSON (1994): Technology in Mathematics Education Research: The first 25 years in the JRME. *Journal for Research in Mathematics Education* 25, 6, 676-684.
- KEITEL, C. (1986): Social Needs in Secondary Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics* 6, 3, 27-33.
- KLAWE, M. M. (1998): Designing game-based interactive multimedia mathematics learning activities. *4th UCSMP International Conference on Mathematical Education*.
- KLAWE, M. M. (2000): When does the use of computer games and other interactive multimedia software help students learn mathematics? *NCTM Standards 2000 Technology Conference*, Arlington.
- KOEHLER, M. J., A. J. PETROSINO y R. LEHRER (1999): Elements of case design for hypermedia environments in teacher education. *Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications (ED MEDIA)*, vol. 1, 1414-1415.
- LAGRANGE, J. P., M. ARTIGUE, C. LABORDE y L. TROUCHÉ (2003): Technology and Mathematics Education: A Multidimensional Study of the Evolution of Research and Innovation en A. J. BISHOP, M. A. CLEMENTS, C. KEITEL, J. KILPATRICK y F. K. S. LEUNG (Eds.) *Second International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht, Great Britain: Kluwer Academic Publishers, 237-269.
- LAMPERT, M. y D. L. BALL (1998): *Teaching, Multimedia and Mathematics: Investigations of Real Practice*. New York: Teachers College Press.
- LÓPEZ, R. (1999): *Desarrollos curriculares de la ciencia de computadores en la enseñanza elemental*. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca.
- MOUSLEY, J., D. LAMBDIN y Y. KOC (2003): Mathematics Teaching Education and Technology, en A. J. BISHOP, M. A. CLEMENTS, C. KEITEL, J. KILPATRICK y F. K. S. LEUNG (Eds.) *Second International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht, Great Britain: Kluwer Academic Publishers, 395-432.
- NEMIROVSKY, R. y T. NOBLE (1997): On mathematical visualization and the place where we live. *Educational Studies in Mathematics* 33, 99-131.
- NOSS, R. (2001): For a learnable Mathematics in the digital culture. *Educational Studies in Mathematics* 48, 21-46.
- PUGALEE, D. K. y R. ROBINSON (1998): A study of the impact of teacher training in using internet resources for mathematics and science instruction. *Journal of Research on Technology in Education* 31, 1, 78-88.
- RESNICK, M. (1994): *Turtles, termites and traffic jams: Explorations in massively parallel micro-worlds*. Cambridge: MIT Press.
- SALA, N. (2002): The internet in education: two different examples. *Proceedings of World Conference on E-learning in Corp., Govt., Health., & Higher Ed. (ELEARN)*, vol. 1, 2125-2128.

- SEDIGHIAN, K. y M. KLAWE (1996): Super tangrams: a child-centered approach to designing a computer supported mathematics learning environment. *Proceedings of ICLS'96*, 490-495.
- SEDIGHIAN, K. y A. SEDIGHIAN (1997): Aesthetic response: children's reactions to color and graphics in educational software. *World Conference on Educational Multimedia and Hypermedia* (ED-MEDIA).
- SHAFFER, D. W. y J. J. KAPUT (1999): Mathematics and Virtual Culture: An Evolutionary Perspective on Technology and Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics* 37, 97-119.
- SMITH, E. (1999): Social Constructivism, Individual Constructivism and the Role of Computers In Mathematics Education. *Journal of Mathematical Behavior* 17, 4, 411-425.
- TUCKMAN, B. W. (2002): Evaluating ADAPT: A hybrid instructional model combining web-based and classroom components. *Computers & Education* 39, 261-269.
- VAN VOORST, C. (1999): *Technology in mathematics teacher education*. Online: <[http://www.ictc.org/T99\\_Library/T99\\_54.PDF](http://www.ictc.org/T99_Library/T99_54.PDF)>. Available February 1, 2005.
- VILLARREAL, M. (2000): Mathematical Thinking and Intellectual Technologies: the Visual and the Algebraic. *For the Learning of Mathematics* 20, 2, 2-7.