

UNA BREVE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

A brief story of mathematics education

Melissa ANDRADE-MOLINA

Instituto de Matemáticas. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Correo: melissa.andrade@pucv.cl

Recibido: abril de 2020. Envío a informantes: 10 de mayo de 2020.

Aceptación definitiva: 2 de abril de 2021

RESUMEN: Este escrito presenta una forma diferente de mirar la historia: repensar la historia no como un movimiento lineal-cronológico, sino como flexible y rizomática, como un entramado multidimensional de eventos interconectados. Para ello, toma elementos de Michel Foucault y de Gilles Deleuze y Félix Guattari. Comienza reflexionando sobre los posibles orígenes de la educación matemática, al buscar indicios de su enseñanza y aprendizaje. Se sitúan puntos de entrada del entramado rizomático en Grecia, Mesopotamia, Prusia, incluso en Chile. En este movimiento, se posicionan distintos puntos de fuga que introdujeron vuelcos en la disciplina. Continúa retratando ciertos episodios que elevaron la educación matemática a una categoría de campo de estudio científico y que posicionaron la matemática como elemento clave para educar a las masas. Este escrito presenta una breve mirada al rizoma que se despliega al historizar la educación matemática.

PALABRAS CLAVE: educación matemática; historia; rizoma; historización del presente.

ABSTRACT: This manuscript presents a different way to look at history: rethinking history not as a lineal-chronological movement, but as flexible and rhizomatic, as a multidimensional network of entangled events. In doing so, it takes elements from the toolboxes of Michel Foucault and of Gilles Deleuze and Félix Guattari. It begins by thinking about the possible origins of mathematics education, in seeking for traces of its teaching and learning. Entry points of the rhizomatic network are located in Greece, Mesopotamia, Prussia, even in Chile. Within this movement, diverse lines of flight that introduced some turns to the discipline are placed. The manuscript continues by recounting some episodes which elevated mathematics education to the category of a scientific field of inquiry and which positioned

mathematics as a key element in educating the masses. This writing presents a brief glimpse to the rhizome that unfolds in historicizing mathematics education.

KEY WORDS: mathematics education; story, rhizome, historization of the present

I. Introducción

Seule l'histoire peut nous débarrasser de l'histoire
Pierre Bourdieu (1982, p. 9)

DEPENDIENDO DEL PUNTO DE VISTA, las raíces de la educación matemática se pueden situar en la Antigua Grecia. Bajo esta mirada, el libro *Menón* de Platón, argumenta Schoenfeld (2016), «introdujo el diálogo Socrático [...] La visión Platónica de las matemáticas en Menón –que el conocimiento matemático está «allí afuera» en una forma ideal, quizá para ser revelada pero no descubierta– resuena hasta el día de hoy» (p. 498). Sin embargo, el término «educación matemática» era impensado para ese tiempo. De acuerdo con Schubring (2014), la educación matemática, como campo de estudio, puede ser localizada en el siglo XIX –al menos respecto a la enseñanza de la matemática en Prusia–. Mediante una historiografía de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Schubring (2014) se refiere al estudio de Josef Fisch como uno de los primeros en el campo. Fisch (1843) hace una revisión sobre la evolución del currículo de matemáticas, enfocado en álgebra y geometría, «comenzando por las reformas del período de la Ilustración hasta las del *Gymnasium* Prusiano en el *Gymnasium* ubicado en Arnsberg, una ciudad de Westfalia Prusiana» (Schubring, 2014, p. 3).

Una búsqueda a través de la herramienta *Ngram Viewer*, de Google Books, permite observar que el término *mathematics education* es relativamente reciente –aunque eso no es una sorpresa–.

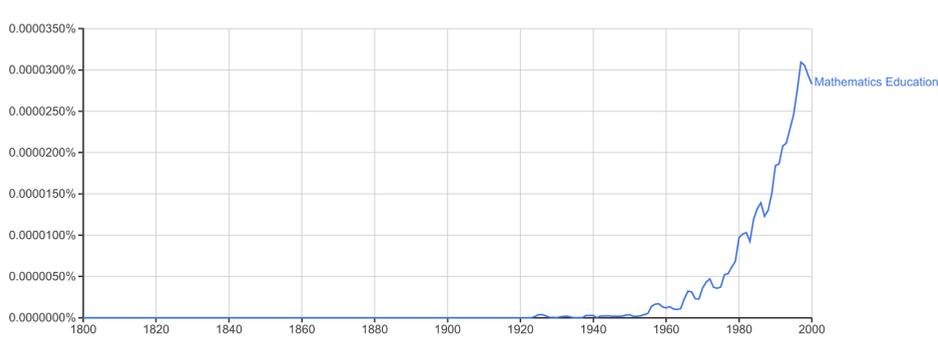


FIGURA 1: Búsqueda en Ngram Viewer del término *mathematics education*.

Al comparar este término con *mathematics* y *education* la diferencia es aún más notoria respecto al avance y desarrollo que ha tenido el campo de la educación matemática respecto del campo de la matemática y el de educación. El desarrollo de la disciplina se vuelve casi imperceptible.

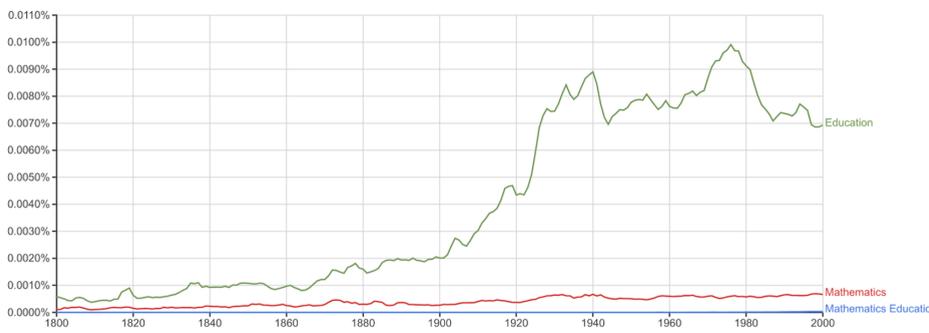


FIGURA 2: Comparación entre *Mathematics Education*, *Mathematics* y *Education*.

De acuerdo con Schubring (2014), es posible establecer que los primeros lineamientos de la educación matemática sucedieron en Prusia. Al efectuar la misma búsqueda de los términos en alemán *Mathematikunterricht*, *Mathematik* y *Unterricht* se evidencia una diferencia respecto de los mismos términos en inglés.



FIGURA 3: Comparación entre *Mathematikunterricht*, *Mathematik* y *Unterricht*.

Ngram Viewer sitúa libros que incluyen el término *Mathematikunterricht* a partir del año 1850. Por el contrario, para el término *Mathematics Education*, sitúa libros a partir de 1920. Pero eso no es lo que más destaca en ambas comparaciones, sino la diferencia de libros hallados para cada idioma. En el ámbito anglosajón, el término *Education* sobrepasa al término *Mathematics*, al menos desde el año 1514 (de acuerdo con *Ngram Viewer*). *Education* tiene un crecimiento mucho mayor que *Mathematics* desde finales del siglo XIX. Ambos –*Education* y *Mathematics*–

sobrepassen a *Mathematics Education* durante todo el período. Sin embargo, la comparación es más oscilante respecto a *Mathematik* y *Unterricht. Mathematikunterricht*, al igual que en inglés, se vuelve casi imperceptible. Ahora bien, ¿qué pasa en español? El panorama se mantiene similar.



FIGURA 4: Comparación entre *Educación Matemática*, *Matemática* y *Educación*.

Uno de los primeros usos del término *Educación Matemática* localizados por esta herramienta data de 1857, en los *Anales de la Universidad de Chile*. Corresponde a una carta dirigida al decano de la Facultad de Matemáticas sobre la situación del Instituto Nacional. En esta se detalla,

Pasé al Instituto Nacional a presenciar los exámenes que de combinaciones, permutaciones i cálculo de las probabilidades rindieron los alumnos de aquel establecimiento [...]. El estudio de estos ramos es de alta importancia en la educación matemática de los alumnos, ya sea que se considere como un medio de ejercitar el espíritu, de desarrollar las facultades intelectuales, i de prepararlos a la meditación i a la discusión; ya que porque él forma preceptos i resultados inmediatamente aplicables a los usos ordinarios de la vida i a las necesidades sociales. (Del Barrio, 1857, p. 76)

Otro ejemplo data de 1905. Víctor Mercante –educador argentino–, interesado por las investigaciones en psicología, particularmente sobre la aptitud matemática infantil (ver Dussel, 1996), escribió el libro *Psicología de la aptitud matemática del niño* en el año 1904. En este libro Mercante (1904) menciona el término «educación matemática», pero desde un punto de vista psicopedagogo enfocado principalmente en las aptitudes y la inteligencia. Finalmente, otro ejemplo data de 1919, en la *Revista de Ciencias Económicas* de Buenos Aires, Argentina. En la sección de Notas Bibliográficas titulada *Trigonometría general rectilínea y esférica*, el matemático e ingeniero Manuel Ordóñez, influenciado por Émile Borel –matemático francés– escribe,

Todas las cuestiones teóricas se integran y complementan con ejemplos numéricos apropiados, como hemos dicho precedentemente, pues pensamos que sólo así se puede desarrollar en el alumno la facultad de comprender. Para robustecer más nuestro modo de ver no estará de más citar este pensamiento profundo de Emilio Borel: Una educación matemática teórica y práctica a la vez puede ejercer la más poderosa influencia en la formación del espíritu. (Ordóñez, 1919, p. 570)

Por supuesto, Ngram Viewer es solo una herramienta para comenzar a navegar por la historia de la educación matemática, una primera pincelada. Después de contextualizar el «desarrollo» de la educación matemática –más bien de identificar su existencia y posicionarla sobre un marco de referencia de la disciplina–, viene el problema de la historia. Hay variadas formas de contar el devenir de algo, la más recurrente es a través de una cronología respecto al tiempo. Es decir, situar los eventos a medida que van aconteciendo. Pero los eventos no emergen espontáneamente, sino que están situados en contextos espaciotemporales. Volviendo a las líneas iniciales, Schoenfeld (2016) menciona que la visión platónica sobre las matemáticas, como un ideal, continúa resonando hasta el día de hoy a pesar de todos los estudios que se han realizado en educación matemática. Entonces, cabe preguntarse si una cronología causal –causa/efecto– ayuda a explicar la totalidad de la disciplina. Michel Foucault –filósofo francés– desafía el concepto de causalidad como única mirada de la historia. Para Foucault (1999),

Consideramos el entendimiento de la forma en la que un evento sucede a otro como una cuestión histórica, y aun así no consideramos como una cuestión histórica algo que, de hecho, lo iguala: entender cómo dos eventos pueden ser contemporáneos [...] La historia es muy frecuentemente considerada como el sitio privilegiado de la causalidad [...] Pero tenemos que deshacernos del prejuicio que la historia sin causalidad dejaría de ser historia. (p. 92)

Entonces, ¿causalidad? ¿Es posible hacer una cronología de sucesos, de teorías, de prácticas, de métodos, de enfoques y más? Se suele entender la historia como unidimensional (por ejemplo, una línea de tiempo), sin embargo, es multidimensional y flexible. La historia de la educación matemática no debe entenderse como un proceso lineal. En este sentido, es preferible entenderla como una construcción rizomática. Según Deleuze y Guattari (1987), una red rizomática permite una multiplicidad de entradas no jerarquizadas. Pensar rizomáticamente conlleva mapear y, por ende, entender la historia de la educación matemática de una forma diferente: «El rizoma es completamente diferente, un mapa y no un rastreo [...] El mapa es abierto y conectable en todas sus dimensiones; es desmontable, reversible, susceptible a constantes modificaciones» (p. 12). Por lo tanto, esta forma diferente de repensar la historia implica detenerse en sus continuidades y discontinuidades. Ello al partir de la base de que cada parte de la historia está conectada con el resto, incluso en diferentes tiempos y espacios. Como un multiverso conectado por agujeros de gusano (Andrade-Molina, 2017a). La educación matemática es un campo extenso, con muchos recovecos por considerar.

Prácticas que involucran no solo la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, sino que también la investigación en tal campo de estudio. En otras palabras, la educación matemática no se refiere solamente a un conjunto de prácticas, sino a un campo de conocimiento (Ernest, 1998).

¿Qué tan atrás se puede mapear el campo de la educación matemática? ¿Bastará solo con mirar el desarrollo de la investigación en la disciplina? ¿Será necesario realizar una historización de la instrucción? ¿O situar al estudiante como el centro del entramado sobre el cual se mueven y mutan las prácticas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas? ¿Es posible establecer con certeza el inicio de la educación matemática?

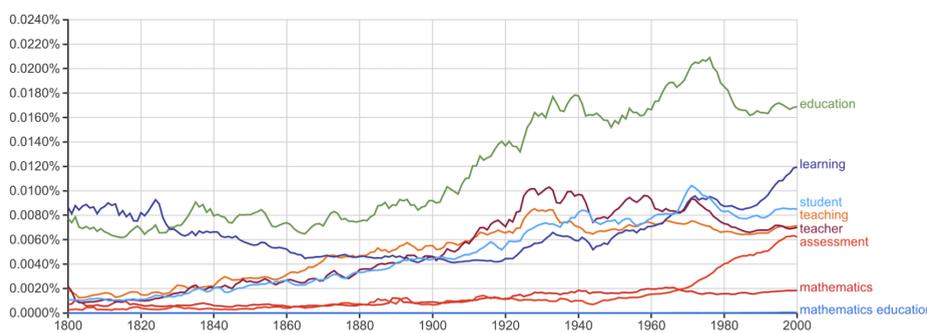


FIGURA 5: Comparación entre educación general y educación matemática.

Es posible observar que *Mathematics Education* sigue pareciendo estática. Pero, desde dentro, la historia es poco diferente.

Con frecuencia se asume que a los estudiantes se les han enseñado las mismas matemáticas escolares por lo menos durante los últimos doscientos años, y que las matemáticas siempre han permanecido puras, en el sentido de que ni la política ni los problemas del mundo circundante en general han ejercido alguna influencia especial en las clases de matemáticas, ya que las ecuaciones cuadráticas se resuelven de la misma manera por todos [...] En realidad, por un lado, los currículos sí cambian de manera significativa; y, por otro lado, el evitar la influencia de la sociedad mientras se vive en ella realmente resulta imposible. (Karp, 2014a, p. 2)

¿Qué ha sucedido durante todos estos años? Realmente, demasiado. Todos esos altos y bajos deben narrar una historia, una narración que está por comenzar. Pero para contar tal historia es necesario comenzar unos años atrás o, más bien, mucho más.

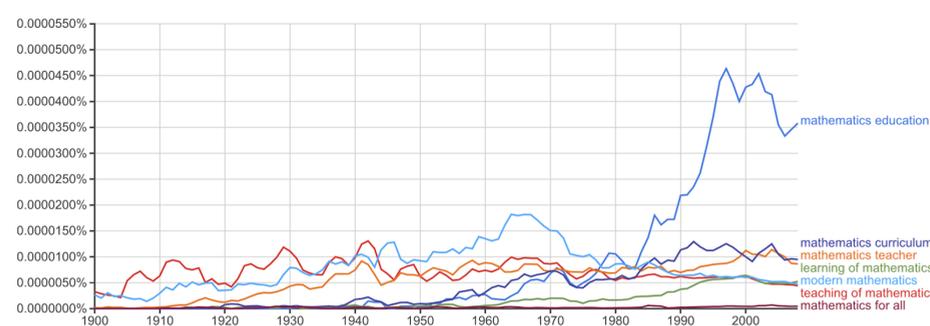


FIGURA 6: Educación matemática y algunos focos de la disciplina.

2. Érase una vez...

Érase una vez todo y nada. Un todo porque muchas cosas existían antes del asentamiento de la disciplina, antes de que se instaurara el término educación matemática. La enseñanza de las matemáticas –*teaching of mathematics*– era una preocupación mucho antes de que se formalizaran las primeras escuelas o universidades. Por ejemplo, Bernard, Proust y Ross (2014) señalan que se han preservado una variedad de documentos antiguos relacionados con la educación matemática tales como unas tablas de arcilla de Mesopotamia, reconocidas como una de las fuentes más antiguas halladas: «Fuentes más recientes fueron copiadas en la Edad Media Bizantina desde una larga cadena de textos que se remontan a originales perdidos. No obstante, estas últimas copias proveen evidencia de actividad educacional y orientación pedagógica» (p. 27). Pero ¿quiénes necesitaban instrucción en matemáticas y para qué? Para ello hay que adelantarse unos cuantos años.

En París, en el siglo XII, «los burgueses ricos querían que sus hijos fueran educados, y las únicas instituciones donde la educación era de pago eran las de la Iglesia» (Høystrup, 2014, p. 113). Situación que no ha variado mucho a lo largo de los años, la educación de mejor calidad sigue siendo para la elite que puede pagar mucho por una mejor educación. De acuerdo con Høystrup (2014), las matemáticas no eran obligatorias, pero es posible presumir, por la época, que los estudiantes eran instruidos en lógica aristotélica, gramática elemental, junto a las cuatro áreas del *quadrivium* –aritmética, geometría, música y astronomía–. Para Karp y Schurbring (2014a) la enseñanza de las matemáticas se veía restringida a aritmética y geometría elemental: rudimentaria. Pero con el paso del tiempo eso ha cambiado. Ahora, las matemáticas escolares han sido «reconocidas como una parte indiscutida del currículo» (Van Oers, 2001, p. 59). Hay tantos discursos que circulan sobre las bondades, ventajas y atributos primordiales de las matemáticas, que ya ni siquiera son prácticas para la vida cotidiana. Se han convertido en un método de selección y segregación (Pais, 2014) y en el motor de la economía.

Volviendo a la Edad Media, durante el siglo XIV, en Viena las matemáticas eran consideradas más como una actividad para pasar el tiempo, no eran motivo de preocupación nacional (Høyrup, 2014). Durante el siglo XVII, esta percepción sobre la enseñanza de las matemáticas tuvo un vuelco cuando aparecieron algunas necesidades que requerían de cierta instrucción formal, como inundaciones que demandaban la formación de ingenieros entrenados en matemáticas aplicadas en el norte de Italia (Karp y Schubring, 2014b). Para el siglo XVIII, las matemáticas habían sido posicionadas como una parte esencial del currículo, bajo tal mirada «la formación de ingenieros cívicos y militares se convirtió en una ocupación mucho más sistemática del gobierno [francés]. Se estableció una red de escuelas militares a través de las cuales las matemáticas se convirtieron en la disciplina principal» (Karp y Schubring, 2014b, p. 138). El establecimiento de escuelas para formar ingenieros y militares, con la matemática como principal eje, se produjo también en el Imperio otomano, Túnez y Egipto (Schubring, Furinghetti y Siu, 2012). Aunque esta preponderancia de las matemáticas no ocurrió al unísono en todos los países del globo –reiterando la multidimensionalidad del rizoma–, por ejemplo, «las matemáticas en Serbia no fueron un tema de estudio bien desarrollado hasta la segunda mitad del siglo XIX» (Lawrence, 2005, p. 28). Por el contrario, en Rusia, desde el siglo XVII «la demanda por la educación matemática creció, como lo demuestra la existencia de varias docenas de manuscritos sobrevivientes de libros de texto de matemáticas del siglo XVII» (Karp y Schubring, 2014b, p. 146).

En un inicio, la enseñanza de las matemáticas, como instrucción, era impartida por jesuitas y protestantes, también por matemáticos. Con respecto a la educación matemática como disciplina científica, Lesh y Sriraman (2005) consideran que la educación matemática aún es una disciplina infante: «en pañales». Para Schoenfeld (2016):

Hasta la segunda mitad del siglo XX, la investigación en educación matemática era una disciplina huérfana, sin identidad ni hogar. Tenía raíces en filosofía, aunque a menudo no eran reconocidas explícitamente; fue delimitada por matemáticos y psicólogos [...] Históricamente, muchos investigadores en educación se enfocaron en educación matemática, pero esos profesionistas no tenían centro de gravedad –sin organización profesional, sin revistas académicas propias–. Luego, tal como la educación como campo se había profesionalizado a comienzos del siglo XX, la educación matemática se asentó como disciplina en los años sesenta y setenta. (p. 505)

3. Cuando geometría era la elegida

No es necesario comenzar con la Antigua Grecia, esa parte de la historia ya es muy familiar y depende de qué se considera como educación matemática. Por lo que el punto de entrada a esta parte del rizoma será en la Edad Media. En París, Hugue –cabeza del monasterio Saint Victor– escribe *Practica geometriae*. Høyrup (2014, p. 113) supone que este escrito «estuvo a la vanguardia de lo que era

posible en ese momento en la región más avanzada de Europa Occidental». Algunos jesuitas se dedicaron a escribir libros sobre los *Elementos* de Euclides, por ejemplo, *Latin Elements* por Clavius en 1574 (Barbin y Menghini, 2014). A pesar de que, en el siglo XIV, los libros de Euclides eran necesarios para aprobar el *baccalaureate* en Oxford (Gibson, 1931), en el siglo XIX, se debatía sobre la adecuación de los *Elementos* para la enseñanza de la geometría en el Reino Unido y en Italia. Tales cuestionamientos no impidieron que en 1867/1868 se publicaran unas adaptaciones de los *Elementos* de Euclides en italiano, ello debido a que los autores –matemáticos– se oponían a las críticas que desafiaban la pureza de la geometría (Furinghetti *et al.*, 2013). En Estados Unidos, la enseñanza de los *Elementos* no se limitó solo a nivel universitario, sino que se volcó a las escuelas secundarias, ya que era un requerimiento para el ingreso a las universidades (Barbin y Menghini, 2014). Para Pepe (2017) la enseñanza de las matemáticas requiere «una cierta alfabetización matemática»:

pero según las necesidades prácticas, en diferentes períodos históricos, se ha dado un énfasis diferente a la enseñanza de la aritmética y la geometría [...] En la Edad Media, la aritmética prevaleció claramente sobrepasando a la Geometría [...] En el Renacimiento, en cambio, se dedicó un gran espacio a la enseñanza de la geometría. (p. 48)

La geometría fue posicionándose en un espacio privilegiado. Una de las primeras asociaciones creadas de educación matemática fue la AIGT, Association for the Improvement of Geometrical Teaching –Asociación para la Mejora de la Enseñanza de la Geometría– en 1870 en el Reino Unido (Furinghetti *et al.*, 2013). De acuerdo con Barbin y Menghini (2014), la AIGT fue creada con el fin de contrastar el uso de los *Elementos* como el «libro principal» para la enseñanza de la geometría, tanto en universidades como en colegios británicos. Después de la Segunda Guerra Mundial, el primer libro de educación matemática en ser publicado trataba de la enseñanza de la geometría en Finlandia (Nykänen, 1945). Y la geometría comenzó a incluirse en los exámenes de ingreso a la Universidad. En el caso de Brasil, «un factor que contribuyó a la inclusión de las matemáticas en la formación cultural de todos los estudiantes fue la decisión de incorporar la geometría en el examen de ingreso de las dos escuelas de leyes, establecidas en 1827 en la ciudad de São Paulo y Olinda» (De Carvalho y Dassie, 2012, p. 502). En Chile, a comienzos del siglo XX los libros de texto fueron reformulados debido a los reajustes curriculares de la época, la serie de libros *Elementos de Matemáticas* tuvo como primer tomo el texto de geometría, publicado en 1911 (Andrade-Molina, 2017b).

En la actualidad se considera que las figuras y los cuerpos geométricos descritos en los *Elementos* «son «ideales» solo dentro de una aprehensión humana muy específica del mundo y solo se puede acceder a ellos a través de la tecnología o los filtros perceptuales que son específicos del tiempo y la cultura» (Brown y Heywood, 2011, p. 352). Sin embargo, la percepción espacial no es algo que se

haya considerado al delinear la enseñanza de la geometría a lo largo de los años. Por mucho tiempo, según Furinghetti *et al.* (2013), las diferencias en las maneras de enseñar la geometría consistían en qué tan cercanas o lejanas estaban de los *Elementos* –por ejemplo, en nivel de rigor–. En esa línea, «se acordó que en la mayoría de las naciones requerían atender a un número pequeño de teoremas clásicos de la geometría» (p. 283), como el teorema de Pitágoras o el teorema de Tales. El movimiento de posicionar la enseñanza de la aritmética en conjunto con la geometría enfatiza la conexión que tienen entre sí (Katz y Barton, 2007). Ello permite dilucidar la importancia de la geometría en la enseñanza de las matemáticas, al considerarse que el desplazamiento «desde la aritmética al álgebra, saltándose la geometría puede ser visto como un error pedagógico e histórico» (Guevara-Casanova y Burgués-Flamarich, 2018, p. 190). Pero, bajo el eslogan «À bas Euclide», el grupo Bourbaki intentaba proponer un nuevo tratamiento para la enseñanza de la geometría, una en la que la geometría elemental concordara con el álgebra lineal (Barbin y Menghini, 2014). La necesidad de elevar el nivel de la geometría escolar llevó a generar estudios para producir nuevos programas para la enseñanza de las matemáticas (ver OECE, 1961). Así, en los años sesenta,

Comisiones y centros pedagógicos de todo el mundo fueron creados para discutir nuevos programas, tales como el movimiento New Math en Estados Unidos y el Proyecto de Matemáticas Escolares (SMP) en Inglaterra. Incluso en países que no adoptaron una visión bourbakiana, nuevos tópicos aparecieron, tales como vectores, transformaciones, matrices y la teoría de conjuntos. (Barbin y Menghini, 2014, pp. 486-487)

4. De matemáticas modernas a matemáticas para todos

El movimiento de las matemáticas modernas comenzó en Europa como objetivo de cerrar la brecha entre las matemáticas que se enseñaban en la escuela y las matemáticas del siglo XXI (Kilpatrick, 2012). Dentro del entramado de las reformas internacionales, aparece el grupo de matemáticos denominado Bourbaki como uno de los posibles originadores de este movimiento (Furinghetti *et al.*, 2013). Según Gispert (2014), el manifiesto escrito por el grupo –*La arquitectura de las matemáticas*– se convirtió en el núcleo de las matemáticas modernas. Bajo esta nueva mirada, «el profesor deja de ser la persona que demuestra teoremas, él debe cultivar en sus estudiantes el espíritu de iniciativa y de libre investigación, haciéndolos hacer matemáticas como los matemáticos la hacen» (p. 236). Ello propició un trabajo en conjunto entre los matemáticos de Bourbaki y psicólogos como Piaget, en el cual escribieron *L'enseignement des mathématiques* en 1955 (Bjarnadóttir, 2014).

Luego del lanzamiento del Sputnik, por la Unión Soviética, la necesidad de modernizar las matemáticas que se enseñaban en las escuelas no solo incrementó en Europa, sino que también en Estados Unidos (Kilpatrick, 2012). De acuerdo

con Schoenfeld (2016), «la reforma post-Sputnik estuvo respaldada por el deseo de reestructurar la educación en maneras de crear una población mucho más letrada matemática y científicamente. Esto, para los matemáticos, significaba enfocarse en las estructuras matemáticas» (p. 505). En Estados Unidos, paralelo al movimiento de las «matemáticas modernas», se asentaba el de las «nuevas matemáticas» en la Universidad de Illinois (Furinghetti *et al.*, 2013). De hecho, Estados Unidos ya había comenzado una iniciativa –postguerra– para reorganizar y mejorar la enseñanza de las matemáticas. En 1945, NCTM levantó un reporte en el que se explicitan los nuevos planes. En él, se esperaba que las escuelas cumplieran con dos responsabilidades: en primer lugar, la de proporcionar una formación matemática dirigida a los futuros líderes de ciencias, de matemáticas y de otros campos de conocimiento. En segundo lugar, las escuelas debían garantizar que las competencias matemáticas se desarrollaran para la vida cotidiana, de manera tal que se pudiese establecer una educación general apropiada para el mayor porcentaje de estudiantes de la escuela secundaria (NCTM, 1970). Las «nuevas matemáticas» que plagaron las nuevas agendas educativas de Estados Unidos en los años sesenta fueron desacreditadas y reemplazadas con el movimiento «volver a lo básico» en los años setenta (Schoenfeld, 2016).

Ahora bien, ¿qué pasó en la Unión Soviética? La muerte de Stalin establece un punto de fuga –*line of flight*– (Deleuze, 1998) dentro de la educación. Algunas prácticas escolares fueron completamente derogadas y otras fueron completamente reformuladas –como los libros de texto que ya no eran adecuados para las nuevas generaciones (Karp, 2014b)–. Se creó una comisión, liderada por matemáticos, que entabló los primeros intentos por delinear reformas curriculares en matemáticas, a partir de 1960 (Kilpatrick, 2012) –tales reformas se conocen como las reformas de Kolmogorov, ya que él lideraba la comisión (Karp, 2014a)–. De acuerdo con Karp (2014b), las propuestas de reformas se parecían a las de los otros países, pero no eran precisamente iguales; tales diferencias brindaron a la educación matemática rusa sus particularidades: por ejemplo, el énfasis en transformaciones algebraicas y pruebas.

En 1990, se comenzaba a extender la preocupación respecto al deterioro de los sistemas educativos en los ochenta. Para ello se realizó la Conferencia Mundial en Educación para Todos –*World Conference on Education for All*–, con el fin de asegurar los derechos de todas las personas a la educación y el conocimiento. Se adoptaron dos medidas: Declaración Mundial de Educación para Todos y un marco para la acción para satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje (Gates y Vistro-Yu, 2003). Para Gates y Vistro-Yu (2003) la necesidad de un programa como el de «matemáticas para todos» era algo inevitable: «Existía la demanda de dar acceso a las matemáticas no solo a algunos, sino a todos los estudiantes, para que las matemáticas escolares más allá de la fase primaria fueran obligatorias y lo suficientemente comprensibles para obtener ciudadanos alfabetizados matemáticamente» (p. 33). Muchos niños, a comienzos del siglo XX, no asistían a la escuela y, por ende, no recibían instrucciones formales en matemáticas (Clements, Keitel,

Bishop, Kilpatrick y Leung, 2013). A modo de ilustración, Schoenfeld (2016) detalla este fenómeno en Estados Unidos:

Hacia finales del siglo XX, la educación masiva era un asunto elemental [...] En 1890, solo el 6.7 % de los jóvenes de 14 años en los Estados Unidos asistían a la escuela secundaria [...] La gran mayoría de los escolares estudiaban aritmética con una inclinación práctica: el objetivo principal de la instrucción era dominar las operaciones aritméticas para el mercado comercial. (p. 498)

A mediados del siglo XX se produjeron cambios demográficos, políticos y curriculares significativos [...] Las tendencias demográficas documentadas por la Oficina del Censo de los EE. UU. (2015) muestran aumentos significativos en el número de jóvenes de 25 años que se graduaron de la escuela secundaria, de casi el 25 % en 1940 a más del 60 % en 1974 (y el 88 % en 2014) [...] Lo que eso significaba a mediados de siglo era que las matemáticas de la escuela secundaria, una vez reservadas para la élite, ahora estaban abiertas a (algunas de) las masas. (p. 502)

Queda claro cómo la expansión de ciertas medidas ha logrado generar cambios en las matemáticas escolares. Sin embargo, ¿es suficiente que la mayoría de los niños logren graduarse de la escuela? ¿Es suficiente solamente «abrir» las matemáticas escolares a las masas? No basta solo con que las matemáticas escolares sean de libre acceso para todos, sino que es necesario precisar qué tipo de matemáticas y para qué. Pensar en suplir el derecho de ser educado no basta para ver el panorama general. La investigación en el campo de la educación matemática también atiende las prácticas de las matemáticas escolares, tanto en su enseñanza y aprendizaje, métodos de enseñanza, al contenido matemático, materiales y dispositivos de enseñanza, uso de tecnologías, formas de evaluación, atención a la cultura y a la diversidad (como el multiculturalismo y el multilingüismo), equidad y justicia social (sobre acceso democrático no solo a la enseñanza, sino al tipo de matemática), entre muchas otras variables. Incluso Schoenfeld (2016, p. 497) problematiza este fenómeno: «¿Dónde trazamos la línea? ¿En el pensamiento y el aprendizaje de los estudiantes, en la puerta del aula, en la escuela, en las discusiones sobre políticas? ¿Incluimos las interacciones de la sociedad y la escolarización?». La educación matemática es, entonces, un entramado de prácticas en constante expansión (ver Valero, 2010).

5. Buscando soluciones en otras disciplinas

Dado que las matemáticas se convirtieron en un elemento clave a partir del siglo XVIII (Karp y Schubring, 2014b), ha sido necesario encontrar medidas que ayuden a enseñarlas de una manera más exitosa –práctica que se sigue replicando en la actualidad–. Kilpatrick (1992) afirma que el foco principal de los educadores matemáticos a finales del siglo XVIII y principios del siglo XIX era el contenido matemático. Hacia finales del siglo XIX, el foco estaba, además del contenido, en los

métodos de enseñanza (Schubring, 2014). En los siglos XIX y XX se observó una expansión vertiginosa tanto de ciencia como de tecnología, para lo cual las matemáticas se volvieron indispensables (Karp y Schubring, 2014a). Es así como algunos asuntos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas fueron complementados, desde el siglo XIX, por otras disciplinas, tales como pedagogía, psicología, filosofía y medicina (Furinghetti *et al.*, 2013); a partir de estas colaboraciones,

Surgieron dos corrientes de investigación diferentes: una se ocupó de la investigación sobre métodos de enseñanza, la otra de la observación del comportamiento de los alumnos. En estos desarrollos se pueden reconocer las raíces de las teorías del aprendizaje que se ocupan de lo que sucede en el cerebro del aprendiz (como en la teoría de Piaget), al igual que las teorías de instrucción que se refieren a los comportamientos que un niño debe emprender para aprender (como en la teoría de Bruner). (p. 292)

A lo largo de la historia, la educación matemática se vio nutrida por los trabajos de ciertos académicos, que forman parte de los puntos de entrada y líneas de fuga del rizoma. A comienzos del siglo XIX, el educador suizo Pestalozzi potenció el movimiento «aritmética para todos» (ver Clements *et al.*, 2013). Pestalozzi pensaba que «todos los niños podían aprender aritmética si se les proporcionaban entornos de aprendizaje emocionalmente seguros en los que la instrucción seguía un proceso de conceptualización humana que comenzaba con la sensación y hacía hincapié en el aprendizaje sensorial» (Clements *et al.*, 2013, p. 15). Tal pensamiento resonó, por ejemplo, en el trabajo de Fröbel, pedagogo alemán y estudiante de Pestalozzi. Fröbel propuso enseñar aritmética y geometría mediante el uso de juegos y actividades involucrando materiales concretos, como bloques de madera (Furinghetti *et al.*, 2013).

Como Pestalozzi, muchos otros académicos se posicionaron en el entramado de la educación matemática. Por ejemplo, Herbart –psicólogo y educador alemán– y su presencia en la formación de profesores. Thorndike –psicólogo estadounidense– y sus estudios sobre behaviorismo (y de Skinner). Dewey –filósofo, psicólogo y educador estadounidense–, posicionando el aprendizaje como resultado de la actividad. Dewey afirmaba que «los niños aprendían más y más rápido cuando los maestros alentaban su curiosidad natural en lugar de someterlos a la rígida disciplina y el castigo corporal de las aulas tradicionales del siglo XIX» (Bjarnadóttir, 2014, p. 448). Vygotsky –psicólogo ruso– «enfatisa la importancia de la propia actividad del estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje [... Donde] el maestro debe cumplir una función de guía introduciendo a los estudiantes en prácticas socioculturales significativas» (Van Oers, 2001, p. 67). Kilpatrick (2014, p. 329) señala que «Jean Jacques Rousseau, Johann Pestalozzi, Friedrich Froebel y John Dewey, alientan a los maestros a que tomen en cuenta los intereses de los niños y sirvan de guías en lugar de maestros a distancia, permitiendo que los niños aprendan haciendo».

De acuerdo con Furinghetti *et al.* (2013), y pensando en el rizoma, las mayores ramificaciones respecto a la psicología en el campo de la educación matemática corresponden al trabajo de Piaget –psicólogo suizo–: «Mientras estudiaba el comportamiento de los niños de una manera clínica e identificaba las «etapas cognitivas», Piaget desarrolló métodos que permitían ampliar la gama de temas matemáticos en la escuela primaria» (p. 293). Para Kilpatrick (1992), las traducciones del trabajo de Piaget –por Bruner– permitieron establecer una colaboración más robusta y frecuente con psicólogos. Sin embargo, esto derivó en «laboratorios» para la investigación en educación matemática: experimentos controlados que no logra que se consideren significativos en el aula (Schoenfeld, 2016).

6. Érase una vez un rizoma

Resumir la historia de la educación matemática es una tarea compleja. Si la historia debiese comenzar a inicios del siglo XX, Felix Klein sería el primer punto de entrada: la «era de Klein» (Bass, 2008). Ello, producto de las iniciativas de Klein «para reformar la enseñanza de las matemáticas y, en particular, de su agenda para un movimiento de reforma internacional, que promovió como presidente de IMUK (Internationale Mathematische Unterrichts-Kommission), fundada en 1908» (Schubring, 2014, p. 3). Este punto de partida posiblemente llevaría a transitar por la conformación de asociaciones, conferencias y revistas de investigación, quizá por las reformas curriculares que sucedieron durante el siglo XX. Pero ambos están conectados, no son historias por separado. ICMI –en un inicio, CIEM, *Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique*– ha funcionado de plataforma para la diseminación de estudios y para establecer debates y consensos sobre los asuntos atinentes a la educación matemática desde diversas aristas.

Existen numerosos *Handbooks* que reúnen ciertas ramas del rizoma de la educación matemática: *The International Handbook of Mathematics Teacher Education*, *Handbook of Research on the Psychology of Mathematic Education*, *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, *International Handbook of Mathematics Education*, *Handbook on International Research in Mathematics Education* y más. Cada uno retrata partes diferentes de la disciplina. Tal como los diferentes grupos de trabajo que se reúnen periódicamente en conferencias internacionales como ICME –International Congress on Mathematics Education– o CERME –Congress of the European Society of Research in Mathematics Education–, por nombrar algunas. Y de todos los compendios en educación matemática, llama la atención un libro titulado *Leaders in Mathematics Education: Experience and Vision*. Este libro reúne entrevistas con 10 educadores matemáticos que hablan sobre su «vida y trabajo» (Karp, 2014a): Michel Artigue, Heinrich Bauersfeld, Ubiratan D'Ambrosio, Geoffrey Howson, Celia Hoyles, Jeremy Kilpatrick, Henry Pollak, Alan Schoenfeld, Alexey Werner e Izaak Wirszup. Cada uno representa diferentes tradiciones, tienen diferentes historias, *backgrounds* y formas de ver la educación matemática.

Cada forma de educación matemática hace suposiciones acerca de lo que realmente es el tema de las matemáticas y, en consecuencia, cómo el individuo del aprendizaje debe relacionarse con otros miembros de la cultura más amplia para apropiarse de estas supuestas «matemáticas reales», o para decirlo más directamente, para apropiarse de lo que se considera matemática en una comunidad dada. (Van Oers, 2001, p. 59)

A lo largo de la educación matemática, como disciplina, se han llevado diversos posicionamientos y tradiciones, como la francesa, alemana, norteamericana y rusa, entre otras. La disciplina se ha visto envuelta en un torbellino de propuestas, vuelcos, cuestionamientos, necesidades y direccionamientos, que han nutrido, extendido y enredado aún más el campo. Las tradiciones se combinan y las metodologías se multiplican en un campo científico que se mantiene vibrante y en expansión. Más concretamente, el direccionamiento hacia la resolución de problemas introduce la noción de «estrategias heurísticas» basada en el trabajo de Pólya (1945). Bishop (1988) enfatiza que las matemáticas corresponden a una actividad cultural que emerge de las prácticas socioculturales de una determinada comunidad. Algunos giros se posicionaron como líneas de fuga para repensar la educación matemática: giro social (Lerman, 2000) y el giro sociopolítico (Gutiérrez, 2013). Estas miradas se entrelazan con las visiones, por ejemplo, de Mellin-Olsen (1987) sobre la dimensión política al centro de la enseñanza de las matemáticas escolares y su aprendizaje y de Skovsmose (1994) al problematizar las relaciones entre matemáticas y ciudadanía –que posteriormente se extienden a justicia social y democracia–. Movimientos que tienen ramificaciones en las discusiones sucedidas, por ejemplo, en 1950, donde «la instrucción matemática fue percibida por los gobiernos como vinculada a un importante potencial de poder entre las naciones. Mientras tanto, se pedía a las escuelas que trataran con poblaciones en rápido crecimiento y con problemas educativos asociados» (Furinghetti, 2013, p. 288). No obstante, aún siguen preguntas sin responder, como «¿Qué currículo de matemáticas debe ser diseñado para todos? ¿Qué tipo de matemáticas deben aprender todos los ciudadanos? ¿Qué nivel de matemáticas escolares se debe enseñar a todos los estudiantes?» (Gates y Vistro-Yu, 2003, p. 36). Probablemente haya que desplazar el foco de la educación matemática y comenzar a problematizar el valor de las matemáticas en el siglo XXI.

Bibliografía

- ANDRADE-MOLINA, M.: *(D)effecting the child: The scientification of the self through school mathematics*, Published doctoral dissertation, Aalborg, Aalborg University Press, 2017a.
- ANDRADE-MOLINA, M.: «The Fabrication of Qualified Citizens: From the “Expert-Hand Worker” to the “Scientific Minded”», *Perspectivas da Educação Matemática*, 10(22) (2017b), pp. 29-44.

- BARBIN, E. y MENGHINI, M.: «History of teaching geometry», en KARP, A. y SCHUBRING, G. (eds.): *Handbook on the history of mathematics education*, New York, Springer, 2014, pp. 473-492.
- BASS, H.: «Moments in the life of ICMI», en MENGHINI, M.; FURINGHETTI, F.; GIACARDI, L. y ARZARELLO, F. (eds.): *The first century of the International Commission of Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and shaping the world of mathematics education*, Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani, 2008, pp. 9-24.
- BERNARD, A.; PROUST, C. y ROSS, M.: «Mathematics Education in Antiquity», en KARP, A. y SCHUBRING, G. (eds.): *Handbook on the history of mathematics education*, New York, Springer, 2014, pp. 27-53.
- BISHOP, A. J.: *Mathematical Enculturation. A Cultural Perspective on Mathematics Education*, Dordrecht, Kluwer, 1988.
- BJARNADÓTTIR, K.: «History of teaching arithmetic», en KARP, A. y SCHUBRING, G. (eds.): *Handbook on the history of mathematics education*, New York, Springer, 2014, pp. 431-457.
- BOURDIEU, P.: *Leçon sur la leçon*, Paris, Minuit, 1982.
- BROWN, T. y HEYWOOD, D.: «Geometry, subjectivity and the seduction of language: the regulation of spatial perception», *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3) (2011), pp. 351-367.
- CLEMENTS, M. A. K.; KEITEL, C.; BISHOP, A. J.; KILPATRICK, J. y LEUNG, F. K.: «From the few to the many: Historical perspectives on who should learn mathematics», en CLEMENTS, M. A. K.; BISHOP, A.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. y LEUNG, F. K. (eds.): *Third international handbook of mathematics education*, New York, Springer, 2013, pp. 7-40.
- DE CARVALHO, J. B. P. y DASSIE, B. A.: «The history of mathematics education in Brazil», *ZDM*, 44(4) (2012), pp. 499-511.
- DEL BARRIO, P.: «Id. de don Paulino del Barrio sobre los de varios ramos de matemáticas del Instituto Nacional i los de física del Seminario Conciliar», *Anales de la Universidad de Chile*, 15(1) (1857), pp. 57-79. Doi:10.5354/0717-8883.2010.2278
- DELEUZE, G.: *Essays critical and clinical* (D. W. Smith y M. A. Greco, trads.), London-New York, Verso, 1998.
- DELEUZE, G. y GUATTARI, F.: *A thousand plateaus: Capitalism and schizophrenia*, Minneapolis, University of Minnesota Press, 1987.
- DUSSEL, I.: «Profile of famous educators: Víctor Mercante (1870-1934)», *Prospects*, 26(2) (1996), pp. 415-431.
- ERNEST, P.: «A postmodern perspective on research in mathematics education», en SIERPINSKA, A. y KILPATRICK, J. (eds.): *Mathematics Education as a research domain: A search for identity*, Dordrecht, Kluwer, 1998, pp. 71-85.
- FISCH, J.: «Der Mathematische Unterricht von 1800-1803», en *Zur zweiten Säcularfeier des Königl. Laurentianums zu Arnberg*, Arnberg, Buchdruckerei von Anton Düser, 1843, pp. 53-58.
- FOUCAULT, M.: «Who are you, Professor Foucault? (1967)», en CARRETTE, J. (ed.): *Religion and Culture*, New York, Routledge, 1999, pp. 87-103.
- FURINGHETTI, F.; MATOS, J. M. y MENGHINI, M.: «From mathematics and education, to mathematics education», en CLEMENTS, M. A. K.; BISHOP, A.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. y LEUNG, F. K. (eds.): *Third international handbook of mathematics education*, New York, Springer, 2013, pp. 273-302.
- GATES, P. y VISTRO-YU, C. P.: «Is mathematics for all?», en BISHOP, A.; CLEMENTS, M. A. K.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. y LEUNG, F. K. (eds.): *Second international handbook of mathematics education*, Dordrecht, Springer, 2003, pp. 31-73.
- GIBSON, S.: *Statuta antiqua Universitatis Oxoniensis* Oxford The Clarendon, 1931.
- GISPERT, H.: «Mathematics education in France: 1800-1980», en KARP, A. y Schubring, G. (eds.): *Handbook on the history of mathematics education*, New York, Springer, 2014, pp. 229-240.

- GUEVARA-CASANOVA, I. y BURGÚES-FLAMARICH, C.: «Geometry and Visual Reasoning. Introducing algebraic language in the manner of Liu Hui and al-Khwārizmī», en CLARK, K.; HOFF KJELDSEN, T.; SCHORCHT, S. y TZANAKIS, C. (eds.): *Mathematics, Education and History. Towards a harmonious partnership*, Cham, Springer, 2018, pp. 165-192.
- GUTIÉRREZ, R.: «The sociopolitical turn in mathematics education», *Journal for Research in Mathematics Education*, 44 (2013), pp. 37-68.
- KARP, A.: «History of Mathematics Education – Personal perspectives», en KARP, A. (ed.): *Leaders in Mathematics Education: Experience and Vision*, Rotterdam, Sense Publishers, 2014a, pp. 1-9.
- KARP, A.: «Mathematics education in Russia», en KARP, A. y SCHUBRING, G. (eds.): *Handbook on the history of mathematics education*, New York, Springer, 2014b, pp. 303-322.
- KARP, A. y SCHUBRING, G. (eds.): *Handbook on the history of mathematics education*, New York, Springer, 2014a.
- KARP, A. y SCHUBRING, G.: «Mathematics Education in Europe in the Premodern Times», en KARP, A. y SCHUBRING, G. (eds.): *Handbook on the history of mathematics education*, New York, Springer, 2014b, pp. 129-151.
- KATZ, V. y BARTON, B. J.: «Stages in the history of algebra with implications for teaching», *Educational Studies in Mathematics*, 66(2) (2007), pp. 185-201.
- KILPATRICK, J.: «A History of Research in Mathematics Education», en GROUWS, D. A. (ed.): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: Macmillan, 1992, pp. 3-38.
- KILPATRICK, J.: «The new math as an international phenomenon», *ZDM*, 44(4) (2012), pp. 563-571.
- LAWRENCE, S.: «Balkan mathematics before the First World War», *BSHM Bulletin: Journal of the British Society for the History of Mathematics*, 20(1) (2005), pp. 28-36.
- Lerman, S.: «The social turn in mathematics education research», en BOALER, J. (ed.): *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*, Westport, CT, Ablex, 2000, pp. 19-44.
- LESH, R. y SRIRAMAN, B.: «Mathematics Education as a Design Science», *ZDM*, 37(6) (2005), pp. 490-505.
- MELLIN-OLSEN, S.: *The politics of mathematics education*, Boston, MA, Kluwer Academic Publishers, 1987.
- MERCANTE, V.: *Psicología de la Aptitud Matemática del Niño*, Buenos Aires, Cabaut y Cía., 1904.
- NCTM: «The Second Report of the Commission on Post-War Plans», en BIDWELL, J. y CLASON, R. (eds.): *Readings in the history of Mathematic Education*, Washington, National Council of Teachers of Mathematics, 1970, pp. 618-654.
- NYKÄNEN, A.: *Alkeisgeometrian opetuksesta Suomessa, erityisesti oppikirjojen kehitystä silmällä pitäen*, Jyväskylä, K. J. Gummerus, 1945.
- OECE: *Mathématiques nouvelles*, Paris, OECE, 1961.
- ORDÓÑEZ, M.: «Trigonometría general rectilínea y esférica», *Revista de Ciencias Económicas*, VIII(74) (1919), pp. 568-570.
- PAIS, A.: «Economy: The absent centre of mathematics education», *ZDM*, 46(7) (2014), pp. 1085-1093.
- PEPE, L.: «A cosa serve la storia degli insegnamenti Matematici?», *Lettera Matematica Pristem*, 101(1) (2017), pp. 40-48.
- PÓLYA, G.: *How to solve it*, Princeton, NJ, Princeton University Press, 1945.
- SCHUBRING, G.: «On historiography of teaching and learning mathematics», en KARP, A. y SCHUBRING, G. (eds.): *Handbook on the history of mathematics education*, New York, Springer, 2014, pp. 3-8.

- SCHUBRING, G.; FURINGHETTI, F. y SIU, M. K.: «Introduction: the history of mathematics teaching. Indicators for modernization process in societies», *ZDM*, 44(4) (2012), pp. 457-459.
- SKOVSMOSE, O.: *Towards a philosophy of critical mathematics education*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1994.
- VALERO, P.: «Mathematics education as a network of social practices», en DURAND-GUERRIER, V.; SOURY-LAVERGNE, S. y ARZARELLO, F. (eds.): *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Lyon, Institut National de Recherche Pédagogique, 2010, pp. LIV-LXXX.
- VAN OERS, B.: «Educational forms of initiation in mathematical culture», *Educational Studies in Mathematics*, 46 (2001), pp. 59-85.