

# LA ENSEÑANZA DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO EN LOS LIBROS DE TEXTO ESPAÑOLES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA DEL SIGLO XX

## *The Mathematical Analysis teaching in the Spanish textbooks for the secondary education in the 20th century*

María Teresa GONZÁLEZ ASTUDILLO y Modesto SIERRA VÁZQUEZ  
*Universidad de Salamanca*

Fecha de aceptación de originales: Febrero de 2003  
Biblid. [0212-0267 (2002) 21; 177-198]

RESUMEN: En este artículo se expone un estudio sobre la evolución de los conceptos de Análisis Matemático en los libros de texto españoles, desde que fue implantada su enseñanza en el plan de 1934 hasta nuestros días. Para ello se ha dividido este lapso de tiempo en cuatro periodos, que se corresponden a grandes rasgos con los diferentes planes de estudio. Dentro de cada periodo, se han estudiado los programas oficiales correspondientes, se han comparado diversos libros de texto y se han estudiado las sucesivas ediciones de los libros, lo que ha proporcionado los datos esenciales para establecer cuál ha sido la evolución de estos conceptos y ha permitido determinar el perfil que caracteriza a cada uno de los libros considerados.

PALABRAS CLAVE: Libros de texto, Análisis Matemático.

ABSTRACT: Along this article is studied the evolution of some concepts of Mathematical Analysis in Spanish textbooks from the beginning of the teaching of this branch of the mathematics until now. This time has been divided in four periods that are related with different educational programs. In each period it has been studied the different programs, it has been compared diverse textbooks and it has been analysed the successive editions of the books. So we have the essential information to concrete the evolution of this concepts in the learning and to determine a profile to characterize each of the books.

KEY WORDS: Textbooks, Mathematical Analysis.

## Introducción

EN LA TRANSMISIÓN del conocimiento matemático ha constituido un hito importante la aparición del libro escolar como elemento cultural reflejo de la manipulación social que selecciona unos contenidos frente a otros, que impone una determinada forma de estructurarlos y que propone a la siguiente generación cierto tipo de problemas con unas herramientas semióticas y no otras. Hay que destacar, además, que el papel de los libros de texto es doble e irreducible uno a otro (Otte, 1997): por un lado, poseen una función comunicativa y de interpretación que les dotará de un carácter subjetivo tanto desde el punto de vista del autor como del lector y, por otro, se presenta como una estructura materializada del conocimiento dotándoles de carácter eminentemente objetivo. Esta doble faceta de los libros de texto, hace que su estudio aporte gran información tanto de las concepciones, en relación con el contenido matemático que desarrollan, como del proceso educativo en el que están inmersos.

La implantación y utilización del libro de texto en el aula de matemáticas, se ha producido de forma generalizada desde los inicios de la educación obligatoria hasta nuestros días, ejerciendo para ello diferentes papeles: como objeto de estudio, como material de consulta, como registro de las actividades del alumno, como colección de ejercicios propuestos y problemas a resolver... Esto ha originado una práctica escolar determinada por su uso, así como una organización de la enseñanza que se mantiene en la actualidad, salvo casos aislados.

### 1. Investigaciones acerca de los libros de texto de matemáticas

En el marco de la investigación histórica en Educación Matemática, se ha puesto de manifiesto la importancia del análisis del libro de texto como reflejo de la actividad que se realiza en el aula, ya que como indica Choppin (1980) el libro de texto es «a la vez apoyo del saber en tanto que impone una distribución y una jerarquía de los conocimientos y contribuye a forjar los andamios intelectuales tanto de alumnos como de profesores; es instrumento de poder, dado que contribuye a la uniformización lingüística de una disciplina, a la nivelación cultural y a la propagación de las ideas dominantes». Por ello, desde la Didáctica de la Matemática se ha considerado interesante estudiar la contribución que los libros de texto han tenido en la historia de la educación matemática, analizando la variedad y riqueza de sus contenidos, la incidencia en el aula, su función como transmisor de contenidos socialmente aceptados... Además, «los libros de texto determinan en la práctica de la enseñanza más que los decretos de los distintos gobiernos» (Schubring, 1987).

En el campo de la Educación Matemática destacan los estudios comparativos de Howson realizados en 1995 sobre libros de texto de diferentes países. En este estudio se distingue entre investigaciones realizadas sobre textos *a posteriori*, es decir sobre la forma en que se ha usado un libro de texto, cómo ha contribuido al proceso de aprendizaje y qué obstáculos se han presentado, que son investigaciones

más bien escasas; y las realizadas *a priori* que son más numerosas. Entre estas últimas, hay que destacar los trabajos de Chevallard y sus colaboradores (Chevallard, 1985; Chevallard y Joshua, 1982), en los que se utiliza la noción de transposición didáctica relativa a las transformaciones entre el *saber sabio* y el *saber enseñado*, entre los que existe un escalón intermedio correspondiente al *saber a enseñar*, que se refleja en el texto del saber. Este texto del saber es lo que el profesor piensa que tiene que enseñar, una vez que se han publicado las orientaciones y libros de texto y se ha fijado la interpretación del currículo a través de diversos proyectos de centro y aula. Lo más próximo a este texto del saber, o saber a enseñar, es el libro de texto, cuyo contenido y estructura reflejan esas transformaciones del saber sabio.

Otras investigaciones se centran en aspectos relativos al lenguaje y la legibilidad de los textos (Pimm, 1987, 1994), o en la forma de presentación de los contenidos como Otte (1986) que pone el énfasis en lo que transmite el texto, las relaciones entre el conocimiento y la representación textual y las variaciones en las interpretaciones. A su vez Dormolen (1986), hace una clasificación de los elementos que son imprescindibles en un libro de texto de matemáticas y Lowe y Pimm (1986) consideran que hay una tétrada asociada a un libro de texto: el lector, el escritor, el profesor y el mismo libro, y que las características de cada uno de ellos, así como sus interacciones determinan el uso de este material en el aula. También se constata la existencia de un modelo de discurso escrito en la enseñanza de la matemática y que corresponde al del manual escolar, que hasta 1969 estaba poco alejado del discurso de los manuales de enseñanza superior, pero que actualmente tiende a formas más simples y asequibles. Así, en los últimos años en nuestro país, los libros han evolucionado hacia formas más asequibles al uso inmediato por los alumnos, conteniendo, en cierto modo, simulaciones de la situación real que debería presentarse en la clase, configurándose como modelos del texto del saber, o sea, de lo que el profesor piensa que debe enseñar y cómo. Incluso, en algunos casos, se ha separado el libro escolar en dos: libro del profesor y libro del alumno. Es este último el que tiende a aproximarse a las formas expresivas propias del alumno, o sea, se intenta acercar al saber enseñado, mientras que el libro del profesor se sitúa más cerca del nivel del saber a enseñar.

Resulta a su vez imprescindible, destacar el trabajo realizado por Dhombres (1984) y Schubring (1987) sobre metodología de análisis histórico de libros de texto, resaltando la necesidad de una aproximación global que analice los cambios en las sucesivas ediciones de un libro de texto, los cambios respecto a otros libros de texto y la relación de éstos con los que se han producido en el contexto. También hay que tener en cuenta, los trabajos de Cantoral (1985), Filloy y Rojano (1984) o Puig (1994) en los que se comparan algunos de los procesos utilizados por los alumnos en la comprensión del conocimiento matemático y los utilizados en los libros o textos históricos de matemáticas.

En España los trabajos realizados son más bien escasos, pero destacan el estudio de Sanz (1995) sobre los tipos y la función de las configuraciones gráficas de datos en los libros de texto de primaria, el de Maz (2000) acerca de la forma de presentar los números negativos en los textos de matemáticas de los siglos XVIII y

XIX, los trabajos de Sierra, González y López (1999, 2002) sobre la evolución de los conceptos de límite y continuidad en los libros de texto de matemáticas de España y, recientemente, la tesis doctoral de uno de nosotros (González, 2002) sobre la evolución histórica de los sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del Análisis Matemático y, en particular, sobre los puntos críticos.

## 2. El Análisis Matemático en la educación secundaria española

El Análisis es una rama de las matemáticas, relativamente reciente (s. XVII), que trata el estudio del cambio o de la variación, con lo que ha tenido importantes contribuciones en el desarrollo de la ciencia, en principio en la Física y, posteriormente en numerosos campos científicos. Aunque ya se incluyó en las enseñanzas que los jesuitas establecieron en su *Ratio Studiorum*, concretamente en la versión del padre Pachtler, es en el plan de estudios de Bachillerato de 1934, en el que por primera vez se incluye el Análisis Matemático en las enseñanzas regladas establecidas en España durante el siglo XX. Se han agrupado los planes desde ese momento en cuatro periodos teniendo en cuenta las orientaciones de cada uno de ellos y la similitud entre algunos:

- La introducción de la enseñanza del Análisis Matemático: 1934-1967. En este periodo se incluyen los planes correspondientes a los años 1934, 1938 y 1953. Se han analizado siete libros de este periodo.
- Introducción de la matemática moderna: 1967-1975. En 1962 se crea la Comisión para el Ensayo Didáctico sobre la Matemática Moderna en los Institutos de Enseñanza Media. Han sido nueve los libros analizados.
- Desarrollo del plan de estudios de BUP: 1975-1990. El plan vigente en este periodo es el de 1975. Se han analizado nueve libros.
- Una nueva orientación de la enseñanza de las matemáticas bajo las orientaciones de la LOGSE: 1990-2002. Corresponde al plan de estudios derivado de la LOGSE hasta nuestros días. Se han analizado ocho libros.

A lo largo de este trabajo, se ha utilizado el término *libro de texto* para designar aquellos libros que utilizan habitualmente profesores y alumnos a lo largo del curso escolar, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de una determinada materia. En la terminología francesa, se suele utilizar el término *manuel scolaire*, y en la inglesa los términos *textbook* y *schoolbook* como sus equivalentes, mientras que se utiliza *workbooks* para designar los cuadernos de ejercicios del alumno. Su contenido es una estructura fácilmente reconocible, por la subdivisión en capítulos y temas que siguen los periodos básicos del calendario escolar.

Considerando los libros de texto de los autores «más» famosos o las editoriales más sobresalientes en cada uno de los periodos, y procurando que los autores elegidos tuvieran producción en los distintos periodos para poder estudiar su evolución, se han seleccionado los siguientes:

PERIODO	LIBROS
PRIMER PERIODO	Baratech, B. y Royo Villanova (1938) Matemáticas. Séptimo curso de bachillerato. Primera parte. Análisis. Zaragoza: Librería General.
	Carranza, E. (1972) Matemáticas. Sexto curso. Bachillerato. Plan 1957. Madrid: Summa.
	Fernández de Castro y Jiménez Jiménez (anterior a 1955) Matemáticas. Preparación del examen de estado. Cádiz: Escelicer.
	Bruño (1968) Matemáticas 6º curso. Madrid: Bruño.
	Sixto Ríos y Rodríguez San Juan (1950) Matemáticas sexto curso de Bachillerato. Madrid: Los autores.
	Sixto Ríos y Rodríguez San Juan (1968) Matemáticas sexto curso de Bachillerato. Madrid: Los autores.
	Sixto Ríos y Rodríguez San Juan (1968) Matemáticas quinto curso de Bachillerato. Madrid: Los autores.
SEGUNDO PERIODO	Abellanas y otros (1967) Matemática moderna. Quinto curso. Madrid: MEC.
	Abellanas y otros (1969) Matemática moderna. Sexto curso. Madrid: MEC.
	Sin autor (1972) Matemática sexto curso. Zaragoza. Edelvives.
	Segura, S. (1974) Matemáticas 6º curso. Valencia: ECIR.
	Tuduri, J. y Casal, R. (1974) COU Matemáticas especiales. Tarrasa: Vimsa.
	Marcos de Lanuza (1972) Matemáticas 5º curso. Madrid: G del Toro.
	Marcos de Lanuza, F. (1972) Matemáticas COU operativo. Madrid: G del Toro.
	Agustí, J. y Vila, A. (1973) Matemáticas 6º bachillerato. Barcelona: Vicens-Vives.
	Marcos, C. y Martínez, J. (1973) Matemáticas Generales COU. Valencia: SM.
	Marcos de Lanuza, F. (1978) Matemáticas 2º BUP. Madrid: G del Toro.
TERCER PERIODO	Marcos de Lanuza, F. (1976) Matemáticas especiales COU. Madrid: G del Toro.
	Agustí, J. y Vila, A. (1976) Matemáticas. Vectores 2º BUP. Barcelona: Vicens-Vives.
	Etayo, J. y otros (1977) Matemáticas 2º BUP. Salamanca: Anaya.
	Guillén, J. y otros (1976) Matemáticas 2º Bachillerato. Madrid: Magisterio.
	Boadas, J. y otros (1977) Matemáticas 2º Bachillerato. Barcelona: Teide.
	Anzola, M. y otros (1976) Matemáticas 2º Bachillerato. Madrid: Santillana.
	Grupo Cero (1985) Matemáticas de Bachillerato. Barcelona: Teide.
	Guzmán, M. y Colera, J. (1988) Matemáticas. Bachillerato 3. Madrid: Anaya.

PERIODO	LIBROS
CUARTO PERIODO	Lazcano, I. y Barolo, P. (1993) Matemáticas 2º BUP. Madrid: Edelvives.
	Álvarez, F. y otros (1992) Matemáticas. Factor 2. Barcelona: Vicens-Vives.
	Hernández, F. y otros (1989) Matemáticas 2º Bachillerato. Bruño: Madrid.
	Colera, J. y Guzmán, M. (1994) Bachillerato. Matemáticas 2. Madrid: Anaya.
	Guzmán, M. y Colera, J. (1989) Matemáticas I COU. Madrid: Anaya.
	Primo, A. y otros (1998) Matemáticas (Modalidad: Tecnología, Ciencias de la Naturaleza y de la Salud). Salamanca: Hespérides.
	Vizmanos, R. y Anzola, M. (1998) Matemáticas 2 (Ciencias de la Naturaleza y de la salud-tecnología). Madrid: SM.
	Biosca, A. y otros (1999) Matemáticas II. Barcelona: Edebé.

Para aligerar esta exposición y dada la magnitud de manuales se ha realizado una selección más afinada, procurando que la pérdida de información en relación con la cantidad de libros que sea mínima. Así, dentro de cada uno de los periodos se han clasificado los libros en tres grupos según las orientaciones que dan a los conceptos de Análisis Matemático, por lo que se ha elegido un libro de cada uno de dichos grupos que representa a otros que son similares. Estos grupos viven caracterizados por:

- a) Los que siguen las orientaciones establecidas en el periodo anterior.
- b) Aquellos que son fieles a las orientaciones y normativas del periodo al que pertenece.
- c) Los que son precursores de nuevos métodos y formas de entender la enseñanza de las matemáticas.

Los libros de texto se han clasificado según tres perfiles:

- *Expositivos*: Libros en los que se considera el conocimiento matemático como una acumulación de enunciados, reglas y procedimientos aislados, en los que el énfasis está puesto exclusivamente en la estructura matemática del contenido.
- *Tecnológicos*: Libros en los que se conciben las matemáticas como un conjunto de enunciados, reglas y procedimientos que se emplean como técnicas o destrezas para aplicar los conceptos a diversas situaciones o trabajar con los conceptos.
- *Comprensivos*: Libros en los que se considera que el aprendizaje de las matemáticas se lleva a cabo mediante el establecimiento de relaciones, considerando fundamental la experimentación.

En lo que sigue, se presentan los resultados más relevantes de la investigación, según los periodos considerados.

### 3. Los inicios de la enseñanza del Análisis Matemático (1934-1967)

En 1934 se inicia una reforma del Bachillerato, siendo ministro de Instrucción Pública Filiberto Villalobos, que se estructura en siete años, siendo los tres primeros

(primer ciclo) de enseñanza general y los cuatro siguientes (segundo ciclo) de enseñanza superior. No se hace distinción entre ciencias y letras, y las matemáticas constituyen una asignatura obligatoria en todos los cursos, estableciéndose tres horas en todos ellos, excepto en tercero que son cuatro, e introduciéndose en los cursos 6º y 7º por primera vez la Geometría Analítica y el Análisis Matemático, así como algunas nociones relativas a los números complejos. En cuanto a los contenidos relativos al Análisis Matemático se organizan de la siguiente forma:

SEXTO AÑO  
Aritmética y álgebra

Revisión del concepto de número real. Representación geométrica; postulado de continuidad. Definición de las operaciones con números reales.

Operaciones con potencias de exponente fraccionario.

Límite de una sucesión de números reales. Límites de las sucesiones formadas con la suma, producto y cociente de los términos de otras dos. Formas simbólicas de las fracciones.

Función exponencial. Representación gráfica y propiedades.

Función logarítmica. Representación gráfica y propiedades.

...

Ejercicios y problemas sobre las materias de los cuestionarios de los años quinto y sexto.

SÉPTIMO AÑO  
Análisis

Continuidad de funciones.

Derivada y diferencial. Representación geométrica. Significación física; velocidad.

Derivación de las funciones algebraicas.

Derivadas sucesivas. Aceleración.

Máximos y mínimos de una fracción. Aplicación a la determinación de máximos y mínimos en problemas de Geometría y de Física. Aplicación de las derivadas al estudio de algunas funciones sencillas.

Derivadas de las funciones seno, coseno, tangente y cotangente.

Derivadas de las funciones logarítmica y exponencial. El número  $e$ . Logaritmos neperianos. Paso de un sistema de logaritmos a otro. La función  $\phi$  y su significado en física.

Integración de las funciones enteras. Aplicación al cálculo de áreas y volúmenes.

Indicaciones sobre el origen histórico del cálculo infinitesimal.

Ejercicios y problemas sobre las materias del cuestionario, especialmente sobre aplicaciones a la Física y a la Geometría.

Gaceta de Madrid (21 octubre 1934)

Posteriormente, el gobierno de Franco, siendo ministro Sainz Rodríguez, preparó un plan en el año 1938, que tendría vigencia durante la posguerra y que organizaba los estudios de Bachillerato en siete cursos, formando la asignatura de Matemáticas parte de los programas de los siete cursos, y desarrollándose sobre un esquema cíclico, de tal forma que los contenidos se ampliaban y completaban en sucesivos cursos. En la distribución de materias según el Boletín Oficial de 23 de septiembre no aparece explícitamente Cálculo Diferencial e Integral, aunque la costumbre de la época fue introducir esta parte en los contenidos de Álgebra o de Álgebra Superior.

En 1953 (BOE de 2 de julio) se establece un nuevo plan de estudios para el Bachillerato, en el que se rompe el carácter unitario que hasta entonces había tenido, al dividir los dos últimos cursos de bachillerato en dos especialidades denominadas Ciencias y Letras. La asignatura de Matemáticas es obligatoria en el Bachillerato Elemental y en la especialidad de Ciencias del Bachillerato Superior. Los conceptos relativos al bloque de Análisis aparecen en los cuestionarios (programas) de sexto curso, aunque no todos los libros de texto desarrollan completamente los contenidos especificados:

#### SEXTO CURSO

*Análisis.* Operaciones con números reales. Límite de una sucesión de números reales.

Infinitésimos. Cálculo de límites.

El número  $e$ .

Número complejo. Representación gráfica. Adición y sustracción de números complejos. Expresión trigonométrica de los números complejos. Producto y cociente de números complejos.

Estudio completo de la ecuación de segundo grado.

Estudio analítico de la recta. Problemas de intersección, paralelismo y perpendicularidad.

Derivada y diferencial. Interpretaciones geométrica y mecánica. Derivadas sucesivas.

Derivación de las funciones algebraicas. Derivadas de las funciones trigonométricas directas. Derivadas de las funciones logarítmica y exponencial. Derivación logarítmica.

Ecuación de la tangente a una curva en un punto. Máximos y mínimos. Concavidad y convexidad y puntos de inflexión (BOE 10 de febrero de 1954).

Al final de los cuestionarios, aparecen unas orientaciones metodológicas para cada uno de los cursos, limitándose, en lo que se refiere al Análisis, a afirmar que se consideraba necesario introducir nociones de cálculo infinitesimal en el Bachillerato, siendo las únicas consideraciones en relación con esta rama de las Matemáticas que:

Un apartado especial se dedica al número  $e$ , sin el que no es posible dar un paso en esta rama de las Matemáticas (BOE 10 de febrero de 1954).

Este plan de estudios fue modificado en el año 1957 (OM de 31 de mayo de 1957) corrigiendo algunos fallos organizativos, pero sin presentar cambios fundamentales.

A continuación se analizan los tres libros siguientes, correspondientes a este periodo:

— Benigno Baratech Montes y Jose M.<sup>a</sup> Royo Villanova Morales (1939) *Matemáticas para el séptimo curso*. Zaragoza: Librería General.

Este libro incluye los contenidos que indica el programa de la asignatura de séptimo de Bachillerato, dedicando un volumen al Análisis y otro a la Geometría Descriptiva. Se trata de un libro importante e influyente, ya que la manera de organizar estos contenidos fue utilizada en otros libros del mismo plan con posterioridad

a él, que estuvieron en vigor conjuntamente con libros del plan siguiente. En este manual, los conceptos matemáticos aparecen en compartimentos estancos, no se relacionan unos con otros; el tipo de situaciones que se plantean es muy variado e incluyen no sólo problemas estrictamente matemáticos sino otros relacionados con contextos físicos o económicos. A pesar de ello, su formulación es la típica de los problemas escolares, como era habitual durante este periodo.

El perfil del libro de Baratech y Royo corresponde a un libro de carácter *tecnológico*, ya que pone el énfasis en el desarrollo de las técnicas necesarias para la resolución de problemas-tipo, con algunas aplicaciones prácticas y la posibilidad de visualización de los conceptos a través de gráficas, que se usan a modo de iconos de dichos conceptos para proceder a su reconocimiento sin dificultad. Pero tiene al mismo tiempo una marcada tendencia *expositiva*, dado el tipo de definiciones que se presentan y la época en la que fue escrito el libro. Las únicas representaciones en las que se da una orientación comprensiva es en las gráficas y en las tablas, pero de una forma muy limitada.

— Manuel Fernández de Castro y José Luis Jiménez Jiménez (1955) *Matemáticas. Tercero, cuarto, quinto, sexto y séptimo. Preparación del examen de estado*. Cádiz-Madrid: Escelicer, S. L.

En este libro los conceptos tienen un carácter esencialmente instrumental, ya que por ejemplo en el estudio de los máximos y mínimos lo que se pretende es:

Determinar los puntos en los cuales hay máximos o mínimos. Vamos a dar el procedimiento para llegar a determinarlos en las funciones más sencillas (Jiménez Jiménez y Fernández de Castro, p. 479).

Es una especie de enciclopedia de matemáticas en la que se tratan los contenidos referentes a varios cursos de Bachillerato. El esquema del libro sugiere que el tratamiento de los contenidos se plantea de forma cíclica, ya que se repiten en sucesivos cursos, ampliándose y completándose en cada uno respecto del anterior. El desarrollo es secuencial y formal, aunque las demostraciones no son totalmente rigurosas, sino que poseen ciertos componentes intuitivos. La idea que subyace es la de una matemática ya hecha, que el alumno debe memorizar y practicar, resolviendo ejercicios, de tal forma que incluso los ejemplos son propios de la matemática, sin ninguna referencia a posibles aplicaciones a situaciones habituales o relativas a otras ciencias. No sólo la estructura del libro es propia de la época en que fue escrito sino que hay alguna referencia a la sociedad de esa época. De todas formas, dado que es más un libro de contenidos que de aplicaciones, la mayor parte del lenguaje es específico de las matemáticas, sin referencia, por lo tanto, a situaciones cotidianas. El libro tuvo una gran influencia en los libros de programas posteriores, que utilizaron un lenguaje similar, y en los que se hicieron ligeras modificaciones, tanto en relación a la presentación de los contenidos, como en la secuenciación de éstos.

Es un libro de carácter *expositivo-tecnológico*, cuya estructura viene determinada por la gran importancia que se concede a las definiciones formales de los conceptos, con una marcada ausencia de ejercicios para practicar los conceptos desarrollados a lo largo del tema, aunque son las propias definiciones las que se

centran en la aplicación de los conceptos y en su forma de uso, y que posteriormente debería usarse en casos prácticos.

— Emilio Pérez Carranza (1972) *Matemáticas. Sexto curso. Bachillerato. Plan 1957*. Madrid: Editorial Summa.

Este libro utiliza el lenguaje de funciones de forma explícita, sin hacer referencia a las variables, con lo cual el concepto de función va adquiriendo cierto estatus que no poseía en los libros de texto hasta este momento. El autor se limita a definir los conceptos y apenas hay demostraciones, sino simples comprobaciones; a pesar de ello, tanto las definiciones como las reglas de cálculo o los logaritmos van siendo guiados durante la exposición de la lección, de tal forma que se obtienen de una forma casi deductiva. La noción de matemática que se muestra, como en el libro anterior, es de una matemática ya hecha, que sólo hay que memorizar. De todas formas, algunos ejercicios hacen referencias a otras ciencias como la Física, o situaciones de tipo real que reflejan el contexto social de la época.

El perfil del libro de Carranza, es de un libro *expositivo*, en el que no se pone tanto interés en las aplicaciones como en los libros anteriores, pero sí se establece un cierto desarrollo de las reglas y técnicas necesarias para el cálculo de los puntos críticos. Semánticamente se utilizan ciertas representaciones que tratan de dotar de significado a los conceptos y de abarcar diferentes posibilidades. Hay algunas referencias a la sociedad del momento y se valoran algunos aspectos comprensivos. El libro es un fiel reflejo del carácter instrumental que poseían las matemáticas en aquella época.

#### 4. Introducción de la matemática moderna: 1967-1975

Este periodo abarca desde la introducción de la matemática moderna hasta la implantación del Bachillerato Unificado y Polivalente (BUP) en el año 1975. Durante la década de los sesenta, la «matemática moderna» se va introduciendo en los programas de Bachillerato. El punto de arranque lo podemos situar en la Reunión de Catedráticos de Matemáticas de Enseñanza Media que, organizada por el Centro de Orientación Didáctica del Ministerio de Educación Nacional, se celebró en Madrid en 1959 con el título de «Nuevas Orientaciones en la Enseñanza de las Matemáticas». En esta reunión, D. Pedro Abellanas, catedrático de Geometría de la Universidad Central, disertó sobre las bondades de la nueva corriente en la enseñanza de las Matemáticas. Las razones que se apuntaron para introducir la matemática moderna en el Bachillerato, recogidas en Rico y Sierra (1994), son las siguientes:

1. La matemática moderna proporciona esquemas más sencillos para poder presentar la materia del Bachillerato.
2. Con la matemática moderna se puede organizar dicha materia de modo más racional.
3. Los fines esenciales de la matemática en la enseñanza media son dos: formativo e instrumental.
4. Ambos fines pueden lograrse con más eficacia mediante la matemática moderna.

5. Tanto en la teoría como en los algoritmos, el alumno con la matemática moderna, puede llegar a discurrir con más precisión y claridad.
6. Con la matemática moderna, se estudiarán las materias que tengan carácter fundamental, y las que no poseen este carácter, quedarán relegadas como simples ejercicios a desarrollar por los alumnos.

En 1962, se constituyó la «Comisión para el Ensayo Didáctico sobre Matemática Moderna en los Institutos Nacionales» (creada por OM de 7 de diciembre de 1961) presidida por el profesor Abellanas, y cuyo trabajo piloto se desarrollará en los institutos: «Cervantes» (Madrid) por el profesor J. R. Pascual Ibarra, «Milá y Fontanals» (Barcelona) por el profesor J. Casulleras, y en el «Padre Suárez» (Granada) por el profesor F. Marcos de Lanuza. La comisión editó, en los años 1967 y 1969, textos piloto para los cursos 5º y 6º de Bachillerato respectivamente. También, el Ministerio editó unos Cuadernos Didácticos, dedicados a desarrollar temas de matemáticas modernas. Desde el año 1963 hasta el año 1966, la revista *Enseñanza Media*, publicó una serie de artículos bajo el título «Lecciones de matemática moderna»; de este modo, y progresivamente, se fue implantando un programa en el Bachillerato, cuyos cimientos son la teoría de conjuntos, y que maneja las estructuras matemáticas en sentido bourbakista, es decir, las estructuras algebraicas, de orden y topológicas. De hecho, los textos piloto se convirtieron en el nuevo programa de Matemáticas en el Bachillerato.

Se han elegido tres obras representativas de este periodo que corresponden a tres bloques o tendencias existentes en él (Sierra, González y López)<sup>1</sup>: el texto piloto publicado por la Comisión para el Ensayo Didáctico sobre la Matemática Moderna en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media, el libro de la editorial Edelvives, que se puede encuadrar en un modelo que continúa y mantiene las características del periodo anterior, y el libro más moderno, correspondiente a la editorial SM, que introduce una matemática estructural y axiomática, pero que propone actividades para el alumno, y en el que las explicaciones se basan en la experimentación.

— *Matemáticas. Sexto curso* (1972) Zaragoza: Editorial Luis Vives.

Se mantiene la estructura de los libros de la época anterior con muy ligeras modificaciones. Es un libro en el que predomina la enseñanza de procedimientos de tipo algorítmico, con lo que se plantean numerosos ejercicios de aplicación de los conocimientos adquiridos y las técnicas predominan sobre la teoría. La influencia que tuvo posteriormente este libro fue escasa, ya que se produjo una ruptura epistemológica de gran peso que fue la de la matemática moderna.

Es un libro con perfil *tecnológico*, donde abundan diferentes tipos de fenómenos relacionados con los conceptos fundamentalmente físicos y matemáticos, que mantiene algunos aspectos expositivos sobre todo en relación con algunas formas de representación y en que los elementos comprensivos son prácticamente inexistentes.

<sup>1</sup> Estos grupos constituyen uno de los resultados de una investigación previa financiada por el CIDE (BOE 19/8/95) llamada *Los conceptos de límite y continuidad en la educación secundaria, transposición didáctica y concepciones de los alumnos*, una parte de la cual ha sido publicada en SIERRA, GONZÁLEZ y LÓPEZ (1999).

— Pedro Abellanas Cebollero, Joaquín García Rúa, Alfredo Rodríguez Labajo, Juan Casulleras Regás, Francisco Marcos de Lanuza (1969) *Matemática moderna. Sexto curso*. Madrid: MEC.

Este texto constituye la culminación de los trabajos de la «Comisión para el Ensayo Didáctico sobre la Matemática Moderna en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media» presidida por el profesor don Pedro Abellanas, catedrático de la Universidad de Madrid. Siguiendo la línea marcada por la matemática moderna, presenta una matemática totalmente estructurada y construida sobre unos cimientos, que están constituidos por la teoría de conjuntos, en consonancia con las ideas bourbakistas. El carácter instrumental de las matemáticas en este libro ha desaparecido, no aparecen situaciones o aplicaciones, ni propias de las matemáticas ni externas a ellas. Se puede considerar un libro eminentemente teórico, en el que la formalización es el eje del discurso, de forma que la estructura de los enunciados es sumamente rigurosa utilizando para ello símbolos puramente matemáticos de gran nivel de abstracción.

Su perfil es de tipo *expositivo*, destacando las definiciones características de la matemática moderna y la ausencia de ejercicios y problemas para practicar los conceptos o reglas.

— C. Marcos y J. Martínez (1973) *Matemáticas especiales*. COU. Madrid: Editorial SM.

En este libro, aunque se introduce la matemática de una forma estructural y axiomática, a la vez proponen actividades para el alumno, y las explicaciones se apoyan en la observación de ciertos fenómenos. En este libro, se produce un aumento de los contenidos respecto de los otros bloques considerados, aunque se inscribe dentro de la corriente de la matemática moderna. Esto está claramente expresado en el prólogo del libro, en el que se ensalza a Bourbaki por haber: «reelaborado modernamente con expresión axiomática y formalizada toda la matemática tradicional, centrandó su estudio en las estructuras abstractas y generales». Considera una doble vertiente de las matemáticas:

1. Como modelo para la ciencia por su axiomatización y formalización.
2. Como herramienta por su dimensión como apoyo experimental que tiene toda ciencia.

Este decantamiento hacia la matemática moderna se percibe, también, en la alusión que en el mismo prólogo del libro se hace a Piaget, donde se dice textualmente que: «Piaget ha demostrado que las formas humanas de pensamiento, coinciden con las estructuras de la matemática moderna». Esta orientación del libro, se matiza, como hemos dicho, incluyendo numerosos ejercicios, ya que en palabras de los autores: «la asimilación por parte de los alumnos de la estructura axiomática y formalizada que tiene la matemática moderna, debe completarse con la intuición basada en la experiencia»; así queda justificada la gran cantidad de ejercicios que hay a lo largo del texto. Con todos estos ingredientes los autores piensan que en relación con el aprendizaje de las matemáticas: «la perspectiva es mucho más agradable e interesante y, por supuesto, más lógica. Y además los alumnos las

asimilan más rápidamente, y desde luego sin tanta dificultad como los mayores». Este libro va a influir en los de la época siguiente, en los que se va a producir cierta reacción a la presentación exclusivamente teórica de la matemática insistiendo más en la práctica. Por ello es un libro de carácter *tecnológico*, en el que aunque para las definiciones sigue una estructura típicamente formal, hay numerosos ejercicios y problemas muy variados.

##### 5. Desarrollo del plan de estudios del Bachillerato Unificado y Polivalente (BUP): 1975-1995

A comienzos de la década de los setenta, se emprende en España una reestructuración del sistema educativo, que culmina con la aprobación de la Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa, promulgada el 4 de agosto de 1970. Dicho sistema estaba organizado en diferentes niveles escolares según las edades de los alumnos: Enseñanza Preescolar (4-6 años), Enseñanza General Básica de carácter obligatorio (EGB 6-14 años), el Bachillerato Unificado y Polivalente (BUP, 14-17 años), y el Curso de Orientación Universitaria (COU, 18 años) necesario para acceder a los estudios universitarios. Los estudios de Bachillerato contenían materias comunes, materias optativas y enseñanzas y actividades técnico-profesionales y su duración era de tres cursos académicos.

Las Matemáticas, en esta ley, fueron incluidas dentro del área de «Ciencias Matemáticas y de la Naturaleza», sin embargo, en lo que se refiere al Bachillerato, hubo que esperar hasta el año 1975 a que se estableciera el currículo (Decreto del 23 de enero de 1975, desarrollado en el BOE del 18 de abril del mismo año), en el que las matemáticas tenían carácter de asignatura obligatoria en cada uno de los tres cursos de este nivel escolar, aunque posteriormente las del tercer curso pasaron a ser opcionales.

El programa que define cada una de las asignaturas de matemáticas de BUP, posee una orientación formalista y estructuralista, fundamentado en la consideración de que:

- Este nuevo programa de matemáticas escolares poseía un carácter científico completo y avanzado.
- La implantación de este tipo de programas en la mayoría de los países y salvo raras excepciones su aceptación es universal.
- La legitimación desde el punto de vista de la Psicología cognitiva, con la que se argumentó que la enseñanza de estructuras matemáticas a los niños y adolescentes, repondría a una teoría moderna del aprendizaje de carácter evolutivo.

Así, en Rico y Sierra (1977) se dice:

Tenemos, pues, que en los años setenta se produce en España una confluencia de intereses entre algunos profesores universitarios, ciertos responsables administrativos del diseño curricular y algunos psicólogos de la educación, quienes, con una considerable deficiencia de formación sobre el currículo de las matemáticas, sus problemas y limitaciones, establecen un programa de formación formalista desde preescolar hasta la universidad. La vigencia de este currículo la ciframos en veintidós años y su periodo de influencia indiscutible se sitúa en la década de los setenta. Por ello, salvo

algunas excepciones, el programa de la matemática moderna se recibió acríticamente y se incorporó al sistema educativo sin una reflexión sobre las necesidades educativas del momento.

Los contenidos de Análisis correspondientes a cada uno de los cursos de Bachillerato son los siguientes:

#### PRIMER CURSO

Funciones polinómicas. Representación gráfica.

#### SEGUNDO CURSO

Límite de sucesiones. El número  $e$ . Cálculo de límites.

Función real de variable real. Límite y continuidad.

Funciones exponencial y logarítmica. Representación gráfica y propiedades.

Funciones circulares. Representación gráfica y propiedades.

Concepto de derivada. Función derivada. Primitivas de una función.

Se considera este segundo curso una iniciación al Análisis, con este fin se estudian:

Los conceptos básicos de continuidad y límite.

Las funciones no algebraicas.

Las nociones de derivada y función primitiva.

El concepto de límite convendrá introducirlo en su forma métrica; el cálculo de límites debe reducirse a casos sencillos.

Las funciones circulares se definirán como razones, completando su estudio en el curso siguiente.

En el estudio de las funciones exponencial y logarítmica se darán sus propiedades fundamentales.

El estudio de la derivada y de las funciones primitivas se limitará a los conceptos, interpretaciones y algunos ejemplos sencillos, fundamentalmente el concepto de tangente (BOE 18 de abril de 1975).

#### TERCER CURSO

Cálculo diferencial. Aplicaciones.

Cálculo integral. Aplicaciones.

En este curso se profundiza en las nociones de Análisis:

Adquirir destreza en la aplicación de las reglas de cálculo diferencial.

Conseguir un conocimiento suficiente de la significación de la derivada y función primitiva en los fenómenos naturales.

Como aplicación del cálculo diferencial, se hará el estudio local de las funciones.

Podría completarse este estudio con algunos teoremas relativos a las funciones continuas y derivables.

Se aprovechará el estudio anterior para llegar a la representación gráfica de funciones algebraicas y trascendentes elementales.

El cálculo de funciones primitivas se hará para integrales inmediatas y algunos ejemplos sencillos por los métodos de descomposición y partes. Podría introducirse el concepto de integral definida para funciones escalonadas o funciones monótonas.

Además de las aplicaciones geométricas del cálculo integral se podrán plantear problemas de aplicación física o técnica.

Durante esta época se produce una gran expansión editorial, consolidándose el paso de los libros de autor a los libros de editorial. Los libros que se han seleccionado para realizar al análisis, corresponden a los siguientes grupos:

— F. Marcos de Lanuza (1978) *Matemáticas 3º BUP*. Madrid: G del Toro.

Algunos autores que han editado libros durante el periodo anterior, continúan escribiendo textos, en los que se observan ligerísimas modificaciones. Siguen la línea marcada por los textos piloto, pudiendo considerarse que, aunque amplían los contenidos respecto de la época anterior, son un punto de continuidad que enlaza ambos periodos. Este libro sigue las orientaciones del texto piloto analizado en el periodo anterior, con lo que se sitúa claramente dentro de la corriente de la matemática moderna. La estructura del libro es clásica, introduciendo los conceptos por medio de definiciones, que se aplican posteriormente a algún ejemplo típicamente matemático. Al final de cada lección, hay una colección de ejercicios para aplicar los conocimientos adquiridos. Al contrario que en el resto de los libros de este periodo, no se presenta ninguna aplicación de los conceptos, con lo cual el tratamiento es puramente formal. Es un libro *expositivo* en el que se pone cierto énfasis en la técnica, los aspectos comprensivos están totalmente ausentes en este libro, y las definiciones son las protagonistas en torno a las que gira el desarrollo del libro, por ello se puede considerar obsoleto respecto de la época.

— Javier Etayo, José Colera y Andrés Ruiz (1977) *Matemáticas 3º BUP*. Salamanca: Anaya.

Una gran cantidad de editoriales proponen desarrollos curriculares en Matemáticas en consonancia con la recién estrenada Ley General de Educación, como es el caso de este libro. La corriente predominante que marca la presentación de los contenidos, está ligada a la llamada matemática moderna, poniendo el énfasis en las estructuras lógicas, aunque introduciendo, como en muchos libros de esta época, algunas aplicaciones. De esta forma podemos observar un deslizamiento hacia la manipulación de símbolos y aspectos puramente formales, de tal forma que se oscurece la mayoría de las veces el significado de los conceptos. La línea editorial que marca el planteamiento de los contenidos en este libro, se basa en la consideración de las matemáticas como un edificio de conocimientos que se apoya en los anteriores, de tal forma que se sigue una estructura cíclica a partir de aprendizajes previos, y se persigue una estructura global de las matemáticas. Este modo de hacer está en consonancia con los usos didácticos de la época y el sistema de evaluación continua estipulado por la LGE. Destaca el papel de las definiciones, que según se indica en el texto, «es algo que señala de modo único a un concepto y solamente a él», aunque no sólo hay que aprenderla de memoria, sino saber aplicarla. Para ello, se presentan, inmediatamente después de enunciar los conceptos matemáticos, numerosos ejercicios, con el objeto de comprobar si se ha entendido la definición. Se trata fundamentalmente de un adiestramiento en las técnicas algorítmicas y de aplicación formal de las matemáticas. Al final de cada capítulo, aparecen también numerosos ejercicios de revisión, recapitulación y ampliación. Se pretende, por tanto, que los alumnos desarrollen capacidades relacionadas con: el aprendizaje, las definiciones, tanto desde el punto de vista verbal como desde el simbólico, la manipulación de

símbolos, la utilización de reglas lógicas, la adquisición de las herramientas necesarias para la resolución de ejercicios, la comprensión de algunas propiedades elementales. Es un libro tecnológico con una tendencia expositiva asociada a las definiciones.

— Grupo Cero (1982) *Matemáticas de Bachillerato*, volumen 2. Barcelona: Teide.

Una notable excepción para su época, la constituye el libro publicado por el Grupo Cero de Valencia, que siguiendo la fenomenología de Freudenthal (1983), introduce y desarrolla los conceptos mediante una serie de actividades dirigidas. La estructura que posee este libro induce a pensar que el aprendizaje debe predominar sobre la enseñanza, ya que plantea situaciones en las que es el alumno el que tiene que investigar, conjeturar y rectificar, si es preciso, para alcanzar el conocimiento, siendo el papel del maestro el de gestor del aprendizaje. Por eso, el libro no señala un programa, sino que provee de materiales para el trabajo activo del alumno, en palabras de los autores «en una clase activa de matemáticas, la tarea primordial es hacer matemáticas, es decir, matematizar», y entienden hacer matemáticas como: la actividad intensa del alumno estudiando diversos fenómenos, con los conceptos matemáticos que sirven para organizarlos e interpretarlos. Se rompe la secuencia de los libros del bloque anterior: ejemplo-definición-propiedades-ejercicios, convirtiéndola en presentación de diversos fenómenos-análisis de estos fenómenos-introducción del concepto organizados-nuevos fenómenos-ejercicios. Con estos planteamientos, y bajo la tutela del profesor, se pretenden desarrollar en los alumnos capacidades que no se habían considerado hasta entonces en los libros de textos españoles como: inducir, conjeturar, experimentar, analizar, rectificar los propios errores, sintetizar... A pesar de lo novedoso de sus planteamientos no influyó ni en los libros de la época ni en libros posteriores ya que no se ha encontrado ningún libro con una orientación similar a ésta. Es un libro de carácter *comprensivo*, aunque mantiene el rigor en las definiciones, pero obteniéndolas a partir de observaciones previas y que no se olvida de la práctica de las reglas de cálculo con el fin de adquirir ciertas destrezas.

— M. de Guzmán, J. Colera y A. Salvador (1988) *Matemáticas. Bachillerato 3*. Madrid: Anaya.

Al finalizar el periodo correspondiente a la implantación de la LGE, cuando ya se había promulgado la nueva Ley General de Ordenación del Sistema Educativo (LOGSE), se editan libros que corresponden al plan antiguo, pero que incorporan muchas de las orientaciones del nuevo plan. Corresponden a los años 1990-1995, en los que la implantación de la ley sólo se llevó a cabo en el nivel primario y de forma experimental en algún instituto de Bachillerato, así que durante estos cinco años coexistió la antigua ordenación académica con la nueva. A este grupo pertenece este libro, que aunque editado en 1988, se utilizó durante los años referidos. Aunque en este libro se sigue desarrollando el plan de estudios de 1975, hay en él un enfoque distinto de los libros anteriormente analizados. Así observamos las siguientes características:

- Importancia concedida a la motivación.
- Apoyo en la historia de la Matemática y en sus aplicaciones.

- Presentación intuitiva de los conceptos antes de su desarrollo formal.
- Actividad intensa del alumno en la realización de numerosos ejercicios y problemas de diversa índole.
- Conexión de la Matemática con fenómenos de la realidad o de otras ciencias.
- Utilización de la resolución de problemas como medio de aproximación a los conceptos.
- Incorporación de apoyos didácticos como resúmenes, utilización de la calculadora, orientación en el uso de herramientas matemáticas y ejercicios de autoevaluación.
- Presentación de anécdotas, hechos curiosos y llamativos para resaltar el aspecto social, lúdico y cultural de las matemáticas.

Todo esto configura una generación de libros de texto, en los que se nota la influencia de ciertas corrientes de la Didáctica de las Matemáticas, como la fenomenología didáctica, el aprendizaje por descubrimiento y la resolución de problemas, pero que por la propia estructura del libro de texto el carácter predominante es *expositivo*.

## 6. Una nueva orientación de la enseñanza de las matemáticas bajo las orientaciones de la LOGSE: 1995-2001

Este periodo comienza con la implantación de la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) en la educación secundaria de forma generalizada a partir del año 1995, hasta la fecha. Aunque la ley se promulgó en el año 1990 (3-10-90), durante estos cinco años se fue implantando de forma progresiva en la enseñanza primaria, y de modo experimental se impartieron anticipadamente los bachilleratos previstos en esta ley. Se aumenta la enseñanza obligatoria hasta los 16 años, distinguiendo dos periodos, una enseñanza primaria (6-12 años), y una enseñanza secundaria obligatoria (12-16 años). El Bachillerato se reduce de cuatro años a dos, perteneciendo a la enseñanza postobligatoria, y siendo sus finalidades: proporcionar a los alumnos una madurez intelectual y humana, conocimientos y habilidades para desempeñar funciones sociales con responsabilidad y competencia, y darles una preparación que les permita acceder a la Formación Profesional de grado superior, y a estudios universitarios, así como a estudios superiores de las enseñanzas artísticas.

El Bachillerato se organiza en cuatro modalidades: Artes, Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, Humanidades, y Ciencias Sociales y Tecnología. Las materias comunes a dichas especialidades, es decir, para cualquier Bachillerato son: Educación Física, Filosofía, Historia, Lengua Castellana y Lengua extranjera: por lo tanto las Matemáticas no son una asignatura que estudien todos los alumnos de 16-18 años. El resto de las asignaturas se distribuyen entre materias de modalidad, y materias optativas. Las Matemáticas son materia de modalidad en el Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, Tecnología y Humanidades, y Ciencias Sociales, aunque con distinto carácter y distintos objetivos en cada una de ellas.

En la modalidad de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud se concibe la Matemática como un modo de

tratar, explicar, predecir, modelizar situaciones reales y dar consistencia y rigor a los conocimientos científicos.

y las capacidades que se han de desarrollar en los alumnos son de:

abstracción, razonamiento en todas sus vertientes, resolución de problemas de cualquier tipo matemático o no, investigación, y analizar y comprender la realidad.

Se pretende que las matemáticas cumplan un triple papel: instrumental, formativo y de fundamentación teórica:

Se le concede gran importancia a la enseñanza heurística, a la resolución de problemas, a la aplicación de las matemáticas a distintos ámbitos de la vida, al apoyo a la intuición, y a generar la necesidad de una formulación teórica que respalde dichas intuiciones.

Los contenidos de Análisis Matemático son:

#### MATEMÁTICAS I

##### 1. Funciones:

Familias habituales de funciones: polinómicas, racionales sencillas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas. Reconocimiento y estudio de sus peculiaridades y de su relación con fenómenos reales.

Interpretación de las propiedades globales de las funciones mediante el análisis de sus dominios, recorridos, intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Tratamiento intuitivo y gráfico de ramas infinitas, continuidad, derivabilidad y área bajo una curva. Utilización de estos conceptos en la interpretación de todo tipo de fenómenos con relaciones funcionales.

#### MATEMÁTICAS II

##### 2. Análisis:

Introducción de los conceptos de límite y derivada de una función en un punto.

Cálculo de límites y derivadas de las familias de funciones conocidas. Derivada de la suma, el producto y el cociente de funciones y de la función compuesta. Aplicación al estudio de propiedades locales de las funciones.

Aplicación de los conceptos de límite y derivada a la representación de funciones y al estudio de situaciones susceptibles de ser tratadas mediante las funciones.

Introducción al concepto de integral definida a partir del cálculo de áreas definidas bajo una curva. Técnicas elementales para el cálculo de primitivas. Aplicación al cálculo de áreas (Suplemento del BOE 21 de octubre de 1992).

Dentro de los libros de este periodo hemos considerado los siguientes:

- Ángel Primo Martínez, Carlos Pérez Manrique, Gloria Serrano Sotelo, Leopoldo Suárez Lago, Luis Grajal Alonso, Ramón Ardanuy Albajar (1998) *Matemáticas (Modalidad: Tecnología, Ciencias de la Naturaleza y de la Salud)*. Salamanca: Hespérides.

En este libro se incide más en el aprendizaje de tipo deductivo, y en los aspectos simbólicos y formales asociados a los conceptos. Así en el prólogo del libro se dice: «será necesario desarrollar capacidades tan importantes como la de abstracción, la del razonamiento en todos sus matices, la de resolución de problemas de

cualquier tipo, y la de analizar y comprender la realidad». Con estas indicaciones, se configura un texto que pone énfasis en las definiciones y en las demostraciones, desarrollando una fuerte formalización, pero en el que se concede poca importancia a la intuición. Las corrientes didácticas predominantes en la época han ejercido nula influencia en este libro de corte típicamente tradicional. Es de carácter *tecnológico* destacando la cantidad de ejercicios propuestos, pero desarrollando una fuerte formalización en la parte expositiva.

— Biosca Selga, M. J. Espinet Asensio, M. J. Fandos Tello, M. Jimeno Jiménez (1999) *Matemáticas II*. Barcelona: Edebé.

La editorial que publica este libro (Edebé) es ejemplo de editoriales que solamente publicaban en Primaria o que se dedicaban a la enseñanza universitaria y que actualmente se han introducido en el mercado editorial de la educación secundaria. Son libros en los que se sigue la línea marcada en los primeros años de enseñanza por lo que se utilizan numerosos recursos para presentar los conceptos: fotografías, esquemas, ejemplos, colores, notas históricas. Se hace énfasis en la resolución de problemas, la mayoría relacionados con fenómenos típicamente matemáticos, pero también se presentan algunas situaciones más familiares o relacionadas con otras ciencias por lo que resulta un libro bastante actual dado el tipo de contextos que se manejan en los enunciados de los problemas. Los problemas se resuelven siguiendo los pasos establecidos por Polya (1979): lectura, planteamiento y cálculos, aunque no se incluye la última de las fases, es decir, la interpretación y reflexión acerca de los resultados. Se procura realizar la exposición en diferentes formas de representación realizando las oportunas traslaciones entre unas y otras procurando que el alumno pueda establecer las conexiones oportunas y obtener una comprensión más global de los conceptos. Se puede concluir que se han tenido en cuenta, en la elaboración de este libro, algunas de las actuales corrientes en didáctica de la matemática aunque de una forma muy estática. Es un libro en el que predomina la orientación *tecnológica* a pesar del esfuerzo realizado para procurar una mejor comprensión de los conceptos.

— R. Vizmanos, M. Anzola (1998) *Matemáticas 2* (Ciencias de la Naturaleza y de la Salud-Tecnología). Madrid: SM.

El último bloque está constituido por libros que se acercan a la línea marcada por la LOGSE, basándose en los planteamientos de la ley recién promulgada, y considerando que «las Matemáticas constituyen un conjunto muy amplio de conocimientos, que tienen en común un determinado modo de representar la realidad», y «participar en el conocimiento matemático, consiste más que en la posesión de los resultados finales de esta ciencia, en el dominio de la “forma de hacer” matemáticas». Las características principales de estos libros son la utilización profusa de gráficas y dibujos geométricos que sirven de apoyo intuitivo a la comprensión de los conceptos, las referencias al contexto histórico y cultural en el que se han desarrollado dichos conceptos, igualmente aparecen fotos y pequeñas biografías de los matemáticos que han contribuido a estos descubrimientos, lo que contribuye a la contextualización de los contenidos, y la gran cantidad de ejercicios y problemas de tipos diversos, aplicados tanto a la matemáticas como a otras ciencias y

a la vida real. Se hace alguna referencia al uso de las nuevas tecnologías, poniendo ejemplos e indicando la forma de utilización de otros medios, como calculadoras gráficas. Junto al uso de términos formales, también se incluyen algunos más intuitivos fundamentalmente en la introducción de las definiciones y hay una gran cantidad de ejercicios de aplicación para practicar tanto las reglas como los conceptos descritos por lo que es de carácter *expositivo-tecnológico* que se compensa con el planteamiento de situaciones de carácter más comprensivo que ayudan a dotar de cierta agilidad al libro.

## 7. Conclusión

Por lo que se refiere al currículo, se puede asegurar que hasta la última reforma derivada de la LOGSE, el currículo oficial se caracteriza por ser cerrado, con indicaciones precisas acerca del contenido, dispersas sobre la metodología y prácticamente nulas sobre la evaluación. Además, han existido periodos caracterizados por el carácter experimental de los programas oficiales, como ha sido el caso de la matemática moderna o de las ideas constructivistas preconizadas en la última reforma. Se puede afirmar que hay como «puntos de transición» en el cambio de estos programas oficiales. Sin embargo, a pesar del carácter cerrado de los programas, se observa que el currículo no ha sido uniforme en cada una de las épocas; al analizar los libros de texto, hemos demostrado las diferencias notables existentes entre ellos, a pesar de que en cada época deberían ajustarse a las disposiciones oficiales. En los puntos de transición a los que hemos hecho referencia anteriormente, aparecen libros de texto que marcan diferencias con el periodo anterior, en particular, nos referimos a los textos piloto elaborados por la Comisión para el Ensayo Didáctico sobre Matemática Moderna en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media y los libros del Grupo Cero de Valencia. También se constata el paso progresivo de los «libros de autor», a los «libros de editoriales», como Magisterio Español, SM, Anaya y Santillana, por citar las cuatro más importantes del mercado español, durante los últimos veinticinco años.

Particularizando para el Análisis Matemático, el perfil de los libros nos indica que hay el mismo número de expositivos y tecnológicos, sin que esto dependa del periodo al que corresponden. Esto hace pensar que el énfasis en los libros de texto está puesto o bien en la exposición de los conceptos de una forma rigurosa, o bien en la adquisición de ciertas destrezas y habilidades algorítmicas. A pesar de las ligeras variaciones en cada uno de los libros, lo que prácticamente no ha variado es el tipo de actividad que se espera del alumno, destacando la aplicación rutinaria de las reglas a ejercicios-tipo o ejercicios escolares; una de las excepciones más notables es el libro del Grupo Cero.

De las consideraciones anteriores podemos también concluir que, en general, el tipo de orientación de los libros no depende de los planes de estudio en los que se encuadre. Son los propios libros de texto los que establecen el tipo de actividad que debe realizar el alumno y la forma en que se estructuran los conceptos matemáticos, es decir, la línea editorial marca considerablemente el estilo de enseñanza de sus libros, de modo que son más las editoriales que los programas oficiales los que determinan la forma de enseñanza.

Finalmente hay que matizar que aunque se ha realizado una clasificación de los libros de texto en tres perfiles: expositivos, tecnológicos y comprensivos, esto no significa que cada libro pertenezca exclusivamente a uno de ellos, sino que puede tener al mismo tiempo componente de los otros dos; el encuadre en un cierto perfil solamente indica el carácter dominante del mismo.

## Bibliografía

- CANTORAL, R.: *Los textos de cálculo: una visión de las reformas y contrarreformas* (documento inédito), 1995.
- CHERVALLARD, Y.: *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble, La pensée Sauvage, 1985.
- CHERVALLARD, Y. y JOSHUA, M. A.: «Un exemple d'analyse de la transposition didactique: La notion de distance», *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 3 (1) (1892), pp. 159-239.
- CHOPPIN, A.: «L'histoire des manuels scolaires. Un bilan bibliométrique de la recherche française», *Histoire de l'Education*, 58 (1980), pp. 165-185.
- DHOMBRES, J.: «French Mathematical Textbooks from Bézout to Cauchy», *Historia scientiarum*, 28 (1984), pp. 91-137.
- DORMOLEN, J. van: «Textual Analysis», en CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G. y OTTE, M. (eds.): *Perspectives on Mathematics Education*, Dordrecht, Reidel, 1986, pp. 141-171.
- FILLOY, E. y RIOJANO, T.: «From an Aritmética to an Algebraic Thought (A clinical study with 12-13 years old)», en MOSER, J. (ed.): *Proceedings on the Sixth Annual meeting for the Pshycology of Mathematics Education, North American Chapter*, Madison, Wisconsin, EE.UU., 1984, pp. 51-56.
- FREUDENTHAL, H.: *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, Dordrecht, Reidel Publishing Company, 1983.
- GONZÁLEZ ASTUDILLO, M.<sup>a</sup> T.: *Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del Análisis Matemático: perspectiva histórica acerca de los puntos críticos*, tesis doctoral inédita, Universidad de Salamanca, 2002.
- HOWSON, G.: *Mathematics Textbooks: A comparative Study of Grade 8 texts*, Vancouver, Pacific Educational Press, 1995.
- JANVIER, C. (ed.): *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*, Londres, Lawrence Earlbaum Associated Publishers, 1987.
- LOWE, E. y PIMM, D.: «“This is so”: a text on texts», en BISHOP, A.; CLEMENTS, K.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. y LABORDE, C.: *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht, Kluwer, 1996, pp. 371-410.
- MAZ, A.: *Tratamiento de los números negativos en textos de matemáticas publicados en España en los siglos XVIII y XIX*, tesis de maestría, Granada, Universidad de Granada, 2000.
- OTTE, M.: «What is a text?», en CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G. y OTTE, M. (eds.): *Perspectives on mathematics education*, Dordrecht, D. Reidel Publishing Company, 1997, pp. 173-203.
- PIMM, D.: *Speaking mathematically*, Nueva York, Routledge y Kegan Paul. Traducción castellana: *El lenguaje matemático en el aula*, Madrid, MEC-Ediciones Morata, 1990.
- «Mathematics classroom language form, function and force», en BIELHER, R.; STRÄBER, R. W. y WINKELMANN, B. (eds.): *Didactics of mathematics as a Scientific Discipline*, Dordrecht, Kluwer, 1994, pp. 159-169.
- POLYA, G.: *Cómo plantear y resolver problemas*, México, Trillas.
- PUIG, L.: «El *De Numeris Datis* de Jordanus Nemoratus como sistema matemático de signos», *Mathesis*, 10 (1994), pp. 47-92.
- RICO, L. y SIERRA, M.: «Educación matemática en la España del Siglo XX», en KILPATRICK, J.; RICO, L. y SIERRA, M., *Educación Matemática e investigación*, Madrid, Síntesis, 1994, pp. 99-207.

- «Antecedentes del currículo de Matemáticas», en RICO, L. (ed.): *Bases teóricas del currículo de Matemáticas en Educación Secundaria*, Madrid, Síntesis, 1997, pp. 17-76.
- SANZ, I.: *La construcción del lenguaje matemático a través de libros escolares de matemáticas. Las configuraciones gráficas de datos*, tesis doctoral, Vizcaya, Universidad del País Vasco, 1995.
- SCHUBRING, G.: «On the methodology of Analysing Historical Textbooks: Lacroix as Textbook Author», *For the learning of mathematics*, 7 (3) (1987), pp. 41-51.
- SIERRA, M.; GONZÁLEZ, M. y LÓPEZ, C.: «Evaluación histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y Curso de Orientación Universitaria: 1940-1995», *Enseñanza de las Ciencias*, 17 (3) (1999), pp. 463-476.
- «El concepto de continuidad en los manuales españoles del siglo XX», *Education Matemática*, vol. 18 (2) (en prensa) (2002).