PRESENTACIÓN

No es habitual encontrar reunidos en una revista universitaria a tantos autores de prestigio internacional, pero aquí están Johan van Benthem, Wilfrid Hodges, Dick de Jongh, Carlos Areces, Enrique Alonso, Huberto Marraud y Antonia Huertas. Me cabe el honor de presentar este número extraordinario de lógica y agradecer a los autores su participación.

Adiós a la soledad: modas dinámicas en la lógica actual

El artículo de Johan van Benthem que abre este número lleva el sugerente título *Adiós a la Soledad: modas dinámicas en la lógica actual*.

En el imaginario colectivo la lógica se asocia a las reglas deductivas que se remontan a la antigüedad clásica griega, *Modus Ponens* y *Modus Tollens*; en sus orígenes está también ligada a la dialéctica, a la retórica, incluso a la conversación. La denominada lógica moderna comenzó su andadura unida a las matemáticas, a la fundamentación mediante axiomas y reglas de un cálculo deductivo de las principales teorías de la geometría, del análisis, del álgebra, etc.

Más importante aún, la lógica constituye el substrato teórico de la computación, la clave codificadora de sus circuitos internos; pero también se pregunta por su alcance y sus límites. Saber qué pueden y qué no pueden hacer los algoritmos, los cálculos deductivos, los lenguajes formales, es crucial y la lógica también se ocupa de ello. Van Benthem insiste en que el campo de la lógica no se agota en el cálculo que un humano o una máquina pueda efectuar ya que también le interesan las interacciones entre los agentes que participan en la conversación, el proceso de adquisición de conocimiento, la dinámica y el flujo de la información. Hay lógicas epistémicas, dinámicas y dinámico-epistémicas.

Otro aspecto a tener en cuenta, pues lo realizamos continuamente en nuestra vida, es el de modificar y revisar nuestras creencias. Por su incidencia en el proceso de adquisición de conocimiento y de mantenimiento de la consistencia de nuestra base de conocimientos lo debemos incorporar a nuestros programas informáticos.

La lógica es argumentación y como a ella se la puede considerar como un juego en el que los participantes emplean ciertas estrategias y sus movimientos están determinados no sólo por sus propios objetivos sino también por los movimientos de sus oponentes.

Termina su artículo afirmando que aunque la lógica no es ya el puerto seguro frente a las tormentas ocasionadas en un mundo no exento de contradicciones, sí que puede considerarse el *sistema inmunológico y dinámido de la mente*.

Teoría de Modelos o la venganza de Peacock

El artículo de Wilfrid Hodges lleva por título *Teoría de Modelos o la venganza de Peacock*.

Se presenta esta disciplina a partir de los atisbos de Peacock, de sus sutiles distinciones entre símbolos e interpretaciones, entre definir e interpretar. Peacock hablaba de números, no de entidades abstractas como las que en Teoría de Modelos nos ocupan, pero aunque el grado de abstracción sea menor y la distancia del substrato matemático primigenio sea en él relativamente pequeña ya que no deja de hablar de números, el paso está dado, la semilla plantada y el oscuro matemático de la primera mitad del XIX termina vengándose: ha crecido un gran árbol, una rama floreciente de la matemática.

El proceso de abstracción que nos relata Hodges es así: de los números naturales 0, 1, 2, pasamos a emplear signos que los representan y también a las operaciones. Con estos signos construimos enunciados que expresan leyes que los naturales obedecen. Sin embargo, estas leyes, esos enunciados matemáticos, pueden reinterpretarse, no hablando de naturales sino de otros números y observamos que a medida que pasamos de los naturales a los enteros, a los naturales, a los racionales, a los reales y a los complejos más y más ecuaciones encuentran solución.

Pero también podemos emplear esos enunciados matemáticos sin interpretar y calcular, deducir consecuencias de ellos. Cualquier enunciado deducible de las leyes será verdadero bajo cualquier interpretación en la que las leyes lo sean. Será automáticamente aplicable a cualquier estructura matemática que verifique las leyes, sin comprobación ulterior. Y a la inversa, si quisiéramos demostrar que un determinado postulado no es derivable de otros bastaría con proporcionar una interpretación en donde el primero fuera falso y los otros verdaderos. En la que denomina *jerarquía de Peacock* se ilustran también los procedimientos habituales de comparación de estructuras y el paso de unas a otras, la perseverancia de ciertos tipos de fórmulas y los resultados que tales observaciones sugieren.

Hodges afirma que la relación por él expuesta entre las estructuras de la matemática clásica y la Teoría de Modelos constituye la columna vertebral de la segunda. Es díficil no estar de acuerdo con él.

INTUICIONISMO

Dick de Jongh dedica su artículo al *Intuicionismo*, la corriente filosófica que sostiene que las verdades en matemáticas se crean, no se descubren, oponiéndose así tanto al formalismo como al platonismo de las propuestas de Frege, Russell o Hilbert.

El intuicionismo de Brouwer y Heyting es normativo y en principio debería conducir a una reconstrucción de la matemática ya que hay teoremas clásicos cuya demostración exige procedimientos de demostración inaceptables para ellos. Por ejemplo, no se puede demostrar un existencial derivando una contradicción de su propia negación, debería crearse el objeto cuya existencia se postula.

Las características más destacadas del intuicionismo son: (1) una lógica propia y (2) la construcción del *continuo* (los números reales) mediante secuencias de elección.

En el artículo de Jongh se presenta un cálculo intuicionista de deducción natural que se convierte en clásico al añadir esta regla:

Si $\perp$ se deriva de $\neg\varphi$, entonces concluimos φ y eliminamos el supuesto $\neg\varphi$

El resto de las reglas son las habituales de introducción y eliminación de las conectivas y de los cuantificadores. La lógica intuicionista es una de las pocas lógicas no clásicas donde razonar es intuitivo y fácil, aunque diferente del patrón clásico.

La interpretación de las fórmulas emplea el concepto de demostración en vez del de verdad. Mientras que en lógica clásica decimos

en $\varphi\wedge\psi$ es verdadera syss φ es verdadera y ψ es verdadera

en lógica intuicionista decimos

una demostración en $\varphi\wedge\psi$ es una demostración de φ
junto a una demostración de ψ

Mientras que aparentemente se trata de cambiar verdad por demostración, el sentido intuicionista de la disyunción está sólo aparentemente próximo al clásico ya que necesitamos una demostración de alguno de los disjuntos; así $\varphi\vee\neg\varphi$ no siempre es un teorema y consecuentemente las reglas del cálculo no nos permiten derivarla.

La semántica de esta lógica puede darse empleando modelos de Kripke en donde significa que, visto desde, *u, v* es un estado de conocimiento posterior al de *u*. Aquí los modelos empleados tienen siempre una raíz, parten de un punto.

La aritmética de los naturales tiene su versión intuicionista *HA* (aritmética de Heyting) pero no escapa al teorema de incompletud de Gödel. Brouwer basa el continuo en la idea de secuencia de elección y su sistema le lleva a resultados que contradicen la matemática clásica. Por su parte Kleene, con sus funciones recursivas pretendía dar una interpretación aceptable de la lógica intuicionista.

Hemos mencionado a tres de los pioneros de esta poderosa corriente, su creador Brouwer, Heyting y Kleene sus discípulos; todos ellos lógicos holandeses, como también lo es Dick de Jongh, discípulo de Kleene.

Elija su propia lógica

Carlos Areces titula su artículo *Elija su propia lógica*.

Se trata de una visión actual de las lógicas modales y temporales que en vez de estar motivada históricamente se hace desde la perspectiva del presente.

Empieza destacando las ventajas y los inconvenientes de la lógica clásica de primer orden, resaltando entre las segundas su mal comportamiento desde un punto de vista computacional: indecidibilidad para validez, difícil chequeo de modelos. Ello nos hace fijarnos en ciertos subconjuntos de las fórmulas de primer orden que son interesantes para nuestros propósitos. Destacan los conjuntos formados por aquellas fórmulas que emplean sólo un número finito de variables y los que tienen limitada la alternancia de cuantificadores; concretamente LPO^2 (lógica de primer orden con dos variables) es un fragmento decidible de LPO, aunque LPO^3 (con tres) ya es indecidible.

A continuación nos introduce en el mundo modal, concretamente en el temporal, de forma pausada, explicitando en el grafo de los días de la semana la perspectiva interna que la caracteriza. En ello se asemeja a la lengua natural, como cuando decimos

mañana hará un año desde que nos mudamos

Carlos explica que en nuestra mente construimos una representación que tiene un punto para el *hoy*, de allí nos movemos hacia el *mañana*, y desde allí retrocedemos un año hasta el momento de nuestra mudanza.

Una vez introducido el lenguaje de la lógica temporal se pregunta qué tiene esto que ver con los fragmentos antes mencionados de LPO y define la traducción estándar de la lógica modal a la de primer orden así como el truco para usar solamente fórmulas de LPO^2, para reducir en las traducciones el número de variables. Esta traducción es tan intuitiva porque los modelos de Kripke que empleamos para la semántica modal son estructuras de primer orden a los que podemos mirar y de los que podemos hablar con el lenguaje modal o con LPO. Yo a veces describo gráficamente el fenómeno cambiando las gafas estilosas y modales por unos anteojos clásicos. Carlos Areces es más literario y recrea los versos de Campoamor,

En este mundo seductor
nada es verdad ni es mentira;
todo es según el color
del cristal con que se mira.

afirmando que esta visión de la lógica es seductora porque nos permite diseñar lenguajes a medida.

Anímese, elija su propia lógica

Termina Areces diciendo.

LÓGICAS PARA LA RED

El artículo de Antonia Huertas se titula *Lógicas para la red*.

Empieza hablando de internet y de las herramientas para la búsqueda de información, que están actualmente basadas en marcajes sintácticos (y en correcciones y procedimientos estadísticos ajenos a la página) pero que resultan poco eficientes ya que el contenido de las páginas web clásicas sólo los humanos las entienden. Para que los agentes-máquina que buscan información puedan acceder a los contenidos se plantea la denominada *web semántica*, caracterizada por tener marcajes semánticos de la información y permitir que las máquinas puedan extraer de ellas conocimiento, explicitando lo implícito.

Para hacer posible esta búsqueda informada, en primer lugar se define lo que se denomina una *ontología* del dominio, una conceptualización del tema a tratar, y ello se hace en un lenguaje compatible con el que se emplea para elaborar la propia página web. En estos lenguajes debe darse un equilibrio entre su poder expresivo y el computacional: capaces de permitir la definición de los conceptos relevantes pero no tanto como para impedir el razonamiento automático.

Las lógicas descriptivas se han convertido en las mejores candidatas para añadir conocimiento a la red. Su lenguaje es simple, posee signos para conceptos y roles junto a los constructores que permiten formar conceptos complejos. Dichos conceptos, que engrosarán las denominadas *T*-boxes (*T* de terminología) se relacionan entre sí mediante ciertos operadores. Hay también individuos y en las denominadas *A*-boxes (*A* de aserciones) contamos con enunciados simples que indican la pertenencia de los individuos a ciertos conceptos, o de pares de individuos a ciertos roles. Su semántica está a caballo entre la de la lógica modal y la de primer orden, y contamos con mecanismos deductivos que permiten extraer conclusiones de la base de conocimiento que la ontología constituye. Las operaciones más frecuentes son las de establecer el mantenimiento de la consistencia de las *T*-boxes al ir añadiendo nuevos conceptos, el determinar si conforme a la base de conocimiento unos conceptos incluyen a otros y por supuesto, saber si las *A*-boxes son consistentes con las *T*-boxes. Todo ello lo podemos hacer en un cálculo de tableaux semánticos semejante al modal.

Hay una familia compleja de lenguajes descriptivos en los que queda patente que a mayor capacidad expresiva corresponde una merma de la computacional.

Termina Antonia Huertas resaltando que

> La característica más importante de estas lógicas para la red ha sido, quizás, la cercanía entre teoría y práctica. El lado pragmático y la implementación de los

sistemas han ido en paralelo al lado formal y teórico, lo cual es raro en la inteligencia artificial por un lado y en la lógica por otro. La necesidad de dotar a la web semántica con lenguajes interpretables a la vez por las máquinas y los humanos y que permitan un razonamiento eficaz automático ha hecho desarrollarse en los últimos diez años estas lógicas para la red. Pero la historia no ha hecho más que comenzar.

Lógica y argumentación. La estructura de la argumentación

El artículo de Huberto Marraud lleva el título de *Lógica y argumentación. La estructura de la argumentación*.

Se centra pues en el análisis de la estructura de los argumentos, esto es, los productos de la actividad lingüística de argumentar.

Distingue la *corrección formal* de un argumento de su *solidez*, que tiene en cuenta el grado de justificación de las premisas. En los argumentos deductivos la verdad de las premisas garantiza la de la conclusión mientras que en los inductivos la hace probable; Marraud reúne en esta última categoría a todos los no deductivos. Otra característica que los distingue es la estabilidad de los deductivos frente a la inestabilidad de los inductivos, entendiéndose como tal su inalterabilidad, el que la conclusión de un argumento se mantenga al añadir nuevas hipótesis.

Habla también de los argumentos hipotéticos, esto es, de ciertos argumentos complejos que incluyen un argumento subordinado en los que la fuerza y la corrección de ese argumento junto a la verdad de los enunciados que intervienen como hipótesis avalan la conclusión. Aquí la solidez es proporcional a la fuerza del argumento subordinado y al grado de justificación de las premisas. El que un argumento hipotético sea deductivo o inductivo depende de la caraterización del argumento subordinado.

Por lo que respecta a los argumentos complejos distingue entre argumentación *concatenada*, *coorientada* y *antiorientada*. La primera se caracteriza porque la conclusión de un argumento forma parte del conjunto de hipótesis del que lo sigue. Dos argumentos están coorientados si apoyan la misma conclusión y antiorientados si apoyan conclusiones opuestas. Estudia Marraud la fuerza y la solidez de los argumentos complejos así como las partículas que sirven de conectores argumentativos: *pero*, *por otra parte*, etc.

En el caso de la argumentación antiorientada se parte de un argumento que concluye un cierto enunciado al que se añade otro que tiene como conclusión la opuesta; distingue entre *recusación* y *refutación*, la primera se da cuando las razones aducidas para establecer la conclusión son insuficientes y se da la segunda cuando hay más razones para concluir la negación de la conclusión que para la propia conclusión. Refutar es asimétrico y recusar es simétrico.

De la Computabilidad a la Hipercomputación

El artículo de Enrique Alonso se titula *De la Computabilidad a la Hipercomputación* y en él se describe el estado de la cuestión de una forma inteligente pero asequible. En primer lugar se nos dice que el concepto de computación corresponde al de tarea efectiva o algoritmo y se advierte que para un filósofo se trata de un campo excepcional en el que estudiar el modo en el que la mente interpreta la ejecución de semejantes tareas efectivas.

Como es de suponer la teoría de la computación está ligada a los ordenadores pero en contra de lo que cabría esperar fue concebida antes de que estas máquinas existieran, en los años treinta, por razones lógicas, concretamente para solucionar el denominado *problema de la decisión*. Los lógicos en estas fechas se preguntaban si para el conjunto de las fórmulas de la lógica de primer orden existía un procedimiento de decisión, esto es, un algoritmo que dada una fórmula nos dijera si la fórmula era válida o no; y esto significa en particular el hacerlo en un número finito de pasos. No lo hay, pero para poderlo demostrar hacía falta tener una definición matemática del concepto de algoritmo y así nació la definición de computabilidad. De hecho, la solución negativa al problema de la decisión se obtiene como corolario de un resultado más general, el denominado *problema de la parada*.

Hubo varias definiciones equivalentes del concepto de procedimiento efectivo entre las que destacan la de Church y Turing. Enrique Alonso se detiene a explicar con detalle una de ellas, conocida como *máquinas de Turing*, así como las llamadas *máquinas universales*, y formula la conocida como *tesis de Church*, que establece la correspondencia entre el concepto intuitivo y la definición matemática.

En la segunda parte de su artículo habla de *hipercomputación*, una idea relacionada con el cómputo de funciones o números que no pueden ser calculados en el sentido de Turing y cuyo origen muchos ven en el concepto de oráculo que el propio Turing introdujera. Discute también Alonso el modelo conexionista, las *redes neuronales*, las denominadas *supertareas* y la *computación cuántica*. Los modelos en computación no clásica ensayan sus habilidades con el problema de parada porque proporcionar una solución para él constituiría la mejor carta de presentación de esos modelos no clásicos. Al final de su artículo dice Alonso:

> La conclusión que se puede obtener de esta suerte de análisis inverso es que el problema de parada y otras limitaciones aparentes no debe ser visto como especie de maldición bíblica lanzada contra el alcance y potencia de algunas de nuestras habilidades cognitivas más elementales. Este problema, como otros, sólo parece el precio a pagar por disponer de la capacidad para nombrar de manera efectiva los objetos de una cierta clase.

María MANZANO
Universidad de Salamanca
mara@usal.es