

ISSN: 1130-2887 - eISSN: 2340-4396
DOI: <https://doi.org/10.14201/alh.26768>

ANÁLISIS DE LA PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES EN COLOMBIA (1950-2017)

Analysis of the total productivity of the factors in Colombia (1950-2017)

Alberto Gregorio CASTELLANO MONTIEL  alberto.castellano@unisucre.edu.co¹
Andrés Felipe OROZCO SUÁREZ  andres.orozco@unisucrevirtual.edu.co¹

¹ Universidad de Sucre

Envío: 2021-06-25
Aceptado: 2022-01-14
First View: 2022-04-30
Publicación: 2022-04-30

RESUMEN: El presente artículo estima la productividad total de los factores (PTF) para Colombia, aplicando el modelo Solow-Swan ampliado en el período 1950-2017, a partir de un análisis de cointegración y un vector de corrección de errores (VEC). Los resultados evidencian que la PTF para el período de estudio es del 0.13 %; finalmente, se tiene que la PTF no explica el proceso de crecimiento en Colombia tomando en consideración un modelo neoclásico.

Palabras clave: modelo Solow-Swan; productividad total de los factores; vector de corrección de errores; Colombia

ABSTRACT: This article estimates the total factor productivity (TFP) for Colombia, applying the extended Solow-Swan model in the period 1950-2017, based on a cointegration analysis and a vector error correction (VEC). The results show that the TFP for the study period is 0.13 %; finally, TFP does not explain the growth process in Colombia taking into consideration a neoclassical model.

Keywords: Solow-Swan model; total factor productivity; error correction vector; Colombia

I. INTRODUCCIÓN

El crecimiento económico es uno de los objetivos más importantes de toda sociedad, es el aumento de la cantidad de trabajos, la renta o el valor de bienes y servicios producidos por una economía, habitualmente se mide en porcentaje de aumento del producto interno bruto real o PIB y, con respecto a la población, se mide en porcentaje de aumento del PIB per cápita (Guillen, Badii y Garza, 2015). Con respecto a Colombia, Vallejo (2017) expone que el crecimiento económico ha presentado en el período 2011 al 2016 un descenso; algunas de estas implicaciones se deben a la baja en los precios del petróleo, la baja en los precios de los *commodities*, las distintas reformas tributarias, el alza del dólar, entre otros aspectos. Por ello es importante preguntarnos: ¿cuál es la productividad total de los factores en Colombia?

Por otro lado, tal como argumentan Navarro y Cáceres (2016), los estudios sobre el crecimiento han generado debates en cuanto a las causas y comportamientos del crecimiento económico, mostrando que existen diversos planteamientos que abordan esta situación.

No obstante, ninguno ha podido explicar de una manera consolidada esta problemática, al punto de que no se ha podido aceptar a nivel general un argumento completamente válido, por lo tanto, el debate sigue abierto y la ciencia económica persiste en la búsqueda de la forma en que mejor se expliquen los hechos de crecimiento económico de los países.

De lo anterior, se entiende que existen distintas formas de abordar la discusión con respecto a cómo se explican las causas de la disparidad de los ingresos entre los distintos países. Una de esas formas, según la literatura del crecimiento económico, es la que surge con los planteamientos de Robert Solow (1956) y Trevor Swan (1956) en su modelo de crecimiento económico. Los autores señalan que en el largo plazo el nivel de producción se encuentra estimulado por el uso de factores de producción tales como el capital, el trabajo y la productividad total de los mismos; por lo que Barro y Sala-i-Martin (2009) señalan que esa productividad es alcanzada por medio de la mejora continua de la técnica y el conocimiento adquirido al momento de implementar la tecnología existente.

Consecuente con lo anterior, según señalan Navarro y Cáceres (2016), se han desarrollado con base en el modelo Solow-Swan distintas investigaciones tanto teóricas como empíricas que han dado resultados en distintas direcciones. En lo que a este trabajo se refiere, teniendo en cuenta el concepto que surge a partir del modelo Solow-Swan (1956), conocido como contabilidad del crecimiento, donde se permite identificar de forma separada la participación del crecimiento de los factores capital, trabajo y tecnología, se busca como objetivo principal estimar la variable que capta el progreso o avance tecnológico, conocida como productividad total de los factores (PTF); la cual, según el Banco de la República (2019), es un índice de la capacidad que tiene una economía para combinar sus recursos productivos disponibles, como el tiempo de las personas (trabajo calificado y no calificado), las máquinas y la infraestructura (capital) y otros recursos como los naturales para producir bienes y servicios.

En Colombia, el tema de la productividad total de los factores se puede considerar como un tema trascendental debido a la importancia que posee para las autoridades económicas del país concentrar esfuerzos para tratar de explicar de la mejor manera posible la contribución de esta importante variable.

Según lo señala Clavijo (2003), la medición de la productividad en Colombia ha tenido tres momentos importantes: en primer lugar, en el gobierno del presidente Barco, el cual

asumió la responsabilidad de fundamentar las bases técnicas para la apertura económica de la mano con el Banco de la República, para ese momento la idea principal era apoyarse en mayores tasas de productividad para lograr una apertura de la economía con un crecimiento económico continuo; en segundo lugar, en la época de 1990, con todos los cambios realizados por el gobierno de ese momento, se logra hacer modificaciones en temas macroeconómicos y, posterior a ello, se consiguen algunas mejoras momentáneas en el tema de la productividad multifactorial en Colombia; por último, la tercera etapa o fase que se relaciona con productividad tuvo énfasis en aspectos internacionales y sociales, resaltando la importancia que tendría el resultado de la productividad laboral y multifactorial para continuar con algunas reformas en la economía para ese momento.

De lo anterior, se observa finalmente que el interés por el estudio de la productividad en Colombia es amplio y funciona para tener una mayor claridad de la dinámica productiva tanto sectorial como a nivel macroeconómico. Teniendo en cuenta lo antes mencionado, esta investigación pretende estimar la productividad total de los factores en términos macroeconómicos y, en ese sentido, estimar las elasticidades de los factores en el crecimiento económico colombiano, dado que es necesario seguir profundizando en este tema importante y determinante para la toma de decisiones de las autoridades en políticas macroeconómicas, pues se hace necesario conocer qué factores han incidido en la expansión o declive del producto reflejado en la tasa de crecimiento real de las exportaciones o de las importaciones y, en segundo punto, con los cambios de productividad.

En ese sentido, para Colombia el crecimiento económico es un tema importante, dado que se comprende como base para la existencia de un desarrollo humano verdadero, permitiendo consolidar una economía que brinde un mayor nivel de bienestar a la población, que genere una infraestructura adecuada, que asegure una estrategia de desarrollo sostenible y que se encuentre fundamentada en el desarrollo tecnológico. Colombia debe emprender una senda de crecimiento que permita un logro efectivo de los objetivos, ya que este es un eje determinante para el logro de metas establecidas (Marín Calad y Hurtado Rendón, 2007).

Ahora bien, teniendo en cuenta a Clavijo (2003), quien pone de manifiesto que los determinantes del crecimiento y la productividad en el largo plazo vienen dados por factores tecnológicos y acumulación de capital, pues estas variables determinan en gran medida la dinámica de la economía agregada colombiana, se hace necesario intentar desde la academia hacer este tipo de aporte a la ciencia económica y a la sociedad colombiana, en cuanto esto implica el rumbo de una senda de crecimiento sostenida y mejores decisiones por parte del Banco de la República de Colombia; siguiendo con la idea del autor este planteamiento constituye una razón fuerte para rescatar en Colombia el tema de la productividad.

Para su estudio se divide el artículo en 5 partes: además de la introducción se realiza una revisión de la literatura, se plantea la metodología empleada, se presentan los resultados y al final se discuten las conclusiones.

II. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Esta investigación tuvo como finalidad estimar la productividad total de los factores en Colombia y los hechos estilizados del crecimiento económico, por tanto, la siguiente revisión

de la literatura muestra algunos aportes teóricos y empíricos usados para la estimación de la productividad. En lo concerniente a este trabajo se evidencia que existen en Colombia aportes o investigaciones previas que dan sustento a la investigación propuesta en este trabajo.

II.1. *Estudios teóricos*

Las diferencias en las tasas de crecimiento económico, o simplemente por qué algunos países crecen y otros no, son interrogantes que pueden explicarse a través de una serie de causas aproximadas que pueden impulsar a las economías a aumentar su productividad y, por ende, crecer relacionadas con la acumulación o incrementos del capital físico, la acumulación o incrementos de capital humano, los avances tecnológicos o niveles de conocimiento o la productividad total de los factores (PTF), es decir, qué tan eficientemente se emplean los factores productivos durante la actividad económica (Acemoglu y Robinson, 2012).

En el mismo orden de ideas, analizando la evidencia empírica disponible sobre los niveles de crecimiento económico de los últimos 100 años, se podrá notar que el crecimiento económico mundial no es ni mucho menos lineal. Algunos países han experimentado un crecimiento acelerado después de años de estancamiento, otros se han desplomado tras un período de crecimiento elevado, otros nunca han experimentado un crecimiento sostenido, mientras que solo un grupo pequeño de países ha podido experimentar un crecimiento económico sostenido en el largo plazo (Barro y Sala-i-Martin, 2004).

La PTF se define como la fracción o parte de la producción agregada que no está explicada por los cambios en los factores productivos dentro de la función de producción (Comin, 2006; van Ark, 2014; Bejarano *et al.*, 2018; Huggett, 2018). En este sentido, desde su incorporación a la literatura del crecimiento por parte de Robert Solow proporcionó la metodología a través de la cual se puede medir la contribución de los distintos factores de producción y del crecimiento del avance tecnológico sobre la tasa de crecimiento total de la producción agregada de la economía (Solow, 1957)

Desde la perspectiva teórica, se encuentran los trabajos de Robert Solow y Trevor Swan (1956), en sus artículos ya clásicos sobre el modelo de crecimiento económico. Este modelo propone que se estudie el crecimiento asumiendo una función de producción estándar, donde el proceso de crecimiento económico depende de un cierto grado de elasticidad de sustitución de factores; por tanto, este modelo plantea una función matemática conocida como función de producción Cobb Douglas y, por ende, es el punto de partida para el concepto clave comúnmente llamado contabilidad del crecimiento, donde se pueden medir los aportes que hacen los distintos factores al crecimiento económico y también el crecimiento del avance tecnológico o PTF.

Por otro lado, los autores Mankiw, Romer y Weil (1992), basándose en el modelo propuesto en 1956, desarrollaron el conocido modelo Solow-Swan ampliado por medio de la inclusión de la acumulación de capital humano (H), de capital físico (K) y trabajo (L) como principales factores de producción. Cabe señalar aquí que ese capital humano es asimilable a capacidades, competencias y conocimientos de los trabajadores individuales; bajo esa óptica, se considera al capital humano como un bien exclusivo y competitivo.

Para Villalobos, Molero y Castellano (2021) se evidencia que la principal fuente del crecimiento en el producto total en la región (Suramérica) fue la acumulación de factores productivos más que la productividad total de la misma, que no ha sido un factor determinante del crecimiento en el período de estudio, 1950-2014, por lo cual la región es ineficiente a la hora de emplear y combinar sus factores productivos en comparación con otras regiones del mundo

Por su parte, el trabajo realizado por Easterly y Levine (2001) realiza un aporte teórico y empírico a la medición de la productividad total de los factores, argumentando que debe elegirse la mejor metodología econométrica y, por otro lado, mencionan que no es solo la acumulación de factores como capital lo que hace que se entiendan las diferencias entre ingresos entre países, sino que “existe algo más”, lo cual según indican los autores se conoce como PTF.

II.2. Estudios en América Latina

Méndez *et al.* (2013) calculan la productividad de los factores de un conjunto de economías latinoamericanas analizando el aporte del cambio técnico y la eficiencia técnica al crecimiento económico de la región, estimando una función de producción Cobb-Douglas a partir de dos metodologías comparables: la técnica de datos panel de efectos fijos y el análisis de frontera estocástica. Para la muestra de datos anuales en el período 1980-2009, Méndez *et al.* (2013) concluyen que hay una ligera caída de la eficiencia técnica y un incremento del progreso técnico en la mayoría de los países. Los países más eficientes son Panamá, Uruguay y México, y los más ineficientes son Nicaragua, Bolivia, Honduras y Paraguay.

La investigación de los autores Souza y Santos (2018) fijó como objetivo principal verificar la significancia de la PTF considerando el modelo Solow-Swan básico para la economía brasileña en el período 1980-2011. Para ello, abordaron una revisión de la bibliografía sobre la teoría del modelo de crecimiento Solow-Swan y una revisión histórica sobre el comportamiento del producto y de la PTF en Brasil. Dentro de los principales resultados encontrados por Souza y Santos (2018), se tiene que la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores tiene una gran importancia en la tasa de crecimiento económico total de Brasil en el período analizado, seguida por las tasas de crecimiento del capital (K) y el número de trabajadores (L) respectivamente.

Por su parte, los autores como Bejarano *et al.* (2018) estiman la productividad de los factores, el producto potencial y la brecha del producto en la economía peruana, combinando el enfoque de Solow, una función Cobb-Douglas y el filtro Hodrick-Prescott. Dichos autores concluyen que, en el caso de Perú, en el período 1951-2014, el producto agregado de la economía peruana exhibió una tasa de crecimiento promedio del 4.79 %, a la vez que el stock de capital físico lo hizo a un ritmo del 5.76 % y el factor trabajo a un 2.67 %. Mientras, la PTF, en el mismo período, demostró una tasa de crecimiento promedio del 0.50 %. Lo que significa que en el caso particular de Perú la principal fuente de crecimiento del producto agregado en el período comprendido entre 1951-2014 se debió a la acumulación de factores, más que la productividad total.

En el contexto de la economía venezolana, Mora (2006) utilizó la metodología de la contabilidad del crecimiento para determinar las fuentes del crecimiento económico de Venezuela en el período comprendido de 1950-2002. La estimación de la función de producción empleada en la investigación indicó que la elasticidad de la producción agregada con respecto al capital es alrededor de un 0.54, lo cual es consistente con las estimaciones empíricas reportadas sobre las cuentas nacionales incluso cuando se imponen algunas restricciones que toman en cuenta los hechos de que las relaciones técnicas de los procesos de producción y su relación con los factores capital y trabajo no han cambiado durante los 52 años de la muestra.

II.3. *Estudios en Colombia*

Los estudios para la medición de la productividad total de los factores son diversos; estas diferencias recaen principalmente en aspectos metodológicos, los cuales tienen que ver con la perspectiva del investigador.

Inicialmente, se encuentra el trabajo de Anaya, Torrez y Pinedo (2016), donde analizan el crecimiento de la economía colombiana en el marco del modelo Solow, incorporan capital humano en la función de producción Cobb-Douglas y parten del concepto de cointegración y vector de corrección de errores (VEC) para estimar los efectos de los factores incorporados, encontrando que el capital no tuvo efectos en el corto plazo sobre la productividad laboral, aunque, por otro lado, los incrementos en las tasas de escolaridad generaron mayores productividades en el período de 1975-2010.

El trabajo de Navarro y Cáceres (2016) calcula la productividad Total de los Factores (PTF) para la economía colombiana a nivel sectorial y nacional, parten del planteamiento del modelo de Solow-Swan con cambio tecnológico como potenciador de trabajo, la metodología utilizada en este trabajo estima una función de producción tradicional neoclásica tipo Cobb-Douglas linealizada, para determinar el comportamiento de la productividad multifactorial mediante un VEC y el concepto de cointegración; los resultados muestran que la PTF de toda la economía es del 0.3 % y que la tasa de crecimiento del cambio tecnológico según la productividad del trabajo es del 0.408 % en el período de 1965-2013.

Por su parte, el trabajo de Espinosa y Vaca (2012) plantea como objetivo principal calcular año por año la productividad total de los factores y la productividad laboral en Colombia, desde la perspectiva de la teoría clásica del crecimiento propuesta por Solow; en este trabajo la metodología econométrica parte del concepto de cointegración y una estimación recursiva utilizando un VEC, los resultados de la PTF muestran que ha oscilado entre el 0.5 % y el 0.8 % en el período estudiado de 1970-2010.

III. METODOLOGÍA

Esta investigación tiene la finalidad de estimar la productividad total de los factores en la economía colombiana para el período de 1950-2017; por otro lado, en este trabajo se tienen como fuente de datos series de tiempo, obtenidas de la Penn World Table versión 9.1, lo que

permite desarrollar un análisis del crecimiento económico colombiano de forma separada al resto de economías.

El enfoque econométrico que se ha utilizado en esta investigación es el concepto de cointegración y un VEC, el cual, según lo mencionan Navarro y Cáceres (2016) es un enfoque que da por superadas las falencias de los modelos que permiten utilizar estadísticamente este tipo de datos, dado que permite la combinación de información que arroja la teoría económica en virtud de corregir los desequilibrios del largo plazo; en consecuencia, es importante tener en cuenta que al escoger este enfoque econométrico se debe reconocer, según lo explican Misas y Oliveros (1997), que las relaciones entre variables económicas no necesariamente se presentan en un sentido específico, lo que sería, en otras palabras, que puede existir entre las variables un esquema de retroalimentación o un mecanismo complejo de transmisión de efectos.

Por otro lado, esta investigación se sustentó en la hipótesis del modelo de Solow Swan ampliado, el cual considera el factor capital humano como una variable importante en la explicación de los hechos de crecimiento económico, donde, por medio de una función de producción Cobb-Douglas en términos intensivos se pretende relacionar las variables objeto de estudio, capital per cápita y producto per cápita. Asimismo, se hace necesario especificar el modelo de Solow-Swan ampliado o MRW como también se le conoce, en este sentido, al ajustar el modelo por el índice de capital humano en la función de producción Cobb-Douglas, el modelo toma la siguiente forma:

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^\beta [A_t L_t]^{1-\alpha-\beta} \quad (1)$$

Donde:

Y_t = producción agregada.

K_t = stock de capital.

H_t = stock de capital humano.

A_t = cambio tecnológico o PTF.

L_t = número de trabajadores.

α = elasticidad de la producción agregada con respecto al factor capital.

β = elasticidad de la producción agregada con respecto al factor trabajo.

En este sentido, se determinará la función de producción Cobb-Douglas, con una forma alternativa de estimación de la PTF ($A=e^{\mu t}$) (Navarro y Cáceres, 2016):

$$Y_t = K_t^\alpha (e^{\mu t} H L_t)^{1-\alpha} \quad (2)$$

Donde, Y_t , K_t , $H L_t$ y, α y $(1 - \alpha)$ son el PIB, stock de capital, trabajo (ajustado por el índice de capital humano, que para efectos de esta investigación se basa en los años de escolaridad), elasticidad del producto al capital y elasticidad del producto al trabajo. Ahora se lleva la función de producción a términos por trabajador, es decir, dividiendo la función entre el factor trabajador, ajustado por el índice de capital humano, lo que sería (HL):

$$\frac{Y_t}{H L_t} = \frac{K_t^\alpha (e^{\mu t} H L_t)^{1-\alpha}}{H L_t} \quad (3)$$

Obteniendo de esta manera la función de producción Cobb-Douglas en su forma *intensiva*:

$$y_t = k_t^\alpha e^{(1-\alpha)\mu t} \quad (4)$$

Donde se deduce el PIB per cápita y capital per cápita:

y_t = producto por trabajador (medido por un ajuste de capital humano).

$(1 - \alpha)\mu$ = productividad total de los factores.

k_t = stock de capital físico por trabajador (medido por un ajuste de capital humano).

Se reescribe una función linealizada, aprovechando las propiedades de suavización de logaritmos naturales se obtiene la ecuación en términos intensivos bajo el enfoque del modelo Solow-Swan ampliado debido a la inclusión del capital humano como medida de ajuste al factor trabajo:

$$\ln(y_t) = \alpha \ln(k_t) + (1 - \alpha)\mu t \quad (5)$$

Donde la ecuación (5) muestra la relación de cointegración de largo plazo:

$\ln(y_t)$ = producto por trabajador (medido por un ajuste de capital humano).

α = elasticidad del factor capital respecto al producto.

$(1 - \alpha)\mu$ = productividad total de los factores.

$$\mu = \frac{(1-\alpha)\mu}{(1-\alpha)} \quad (6)$$

Donde, μ es igual a la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores con respecto al factor productivo trabajo.

IV. RESULTADOS

Las estimaciones que se presentan a continuación permiten encontrar los resultados de forma plausible de la productividad total de los factores, las elasticidades del factor capital y trabajo respecto al producto y la tasa de crecimiento de la PTF respecto al trabajo.

IV.1. *Estacionariedad de las series*

Con el propósito de conocer si las series producto por trabajador y capital por trabajador son integradas de orden 1 [$I(0)$] o 1 [$I(1)$], se aplicó sobre las variables a niveles y sus primeras diferencias las pruebas de raíces unitarias Augmented Dickey-Fuller y Phillips-Perron que se observan en la Tabla I, y a partir de ello poder establecer la relación de cointegración; se consigue como resultado que las series $\ln(y_t)$ $\ln(k_t)$ a niveles no son estacionarias, por tanto, se concluye que estas variables no son integradas de orden 0. Por otro lado, la Tabla I muestra que, al aplicar la prueba de raíces unitarias ADF y PP sobre las primeras diferencias

de las variables producto por trabajador¹ y capital por trabajador², existe evidencia estadística al 0.05 % de que estas variables son estacionarias. Por lo tanto, las series a estudiar son integradas de orden uno, es decir, $I(1)$.

TABLA 1. PRUEBA DE RAÍCES UNITARIAS AUGMENTED DICKEY-FULLER Y PHILLIPS- PERRON

VARIABLES	ESTADÍSTICO ADF	I()	P. VALUE*	ESTADÍSTICO PP	I()	P. VALUE*
ln(yt)	-2.7686	I(1)	0.0683	-2.6428	I(1)	0.0896
ln(kt)	-2.6469	I(1)	0.0892	-2.8861	I(1)	0.0523
1ra. Dif ln(yt)	-6.1416	I(0)	0.0000	-6.1404	I(0)	0.0000
1ra. Dif ln(kt)	-2.9367	I(0)	0.0466	-4.9379	I(0)	0.0001

*Mackinnin (1996(one sided p-values).

H0: variables (lynt, lnkt, diflnyt, diflnk) tienen raíz unitaria

Fuente: Elaboración propia a partir de Eviews 10.

IV.2. Análisis de cointegración

Las pruebas de raíces unitarias de ADF y PP mostraron que las series del logaritmo producto por trabajador y capital por trabajador (ambas variables medidas con un ajuste de capital humano) son integradas de orden 1 $I(1)$, por tanto, continuando con el proceso metodológico se procede a corroborar la existencia de por lo menos una relación de cointegración entre las series de estudio. Según lo mencionan Espinosa y Vaca (2012) este procedimiento es necesario para constatar que exista por lo menos un vector de cointegración que constituya una combinación lineal de las dos series que sea estacionaria (para evitar regresiones espurias). En este trabajo el proceso se lleva a cabo mediante el procedimiento de Johansen (1988), el cual consiste, según Loria (2017), en encontrar el rezago óptimo de un vector autorregresivo (VAR). Teniendo en cuenta lo anterior, se incluyen tres variables *dummy* que corrigen efectos de quiebres estructurales para establecer el número de rezago óptimo, que para este modelo resultaron ser 3, los cuales se observan en la Tabla 2.

1. Con respecto a la prueba ADF con constante y sin tendencia y con respecto a la prueba PP con constante para el período entre 1950-2017.

2. Con respecto a la prueba ADF sin constante ni tendencia y con respecto a la prueba PP con constante y tendencia para el período 1950-2017.

TABLA 2. REZAGO ÓPTIMO DE UN VECTOR AUTORREGRESIVO

LAG	LOGL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-116.7617	NA	0.149817	3.777282	3.977995	3.856476
1	341.8380	846.6455	1.26e-07	-10.21040	-9.875879	-10.07841
2	351.3262	16.93284	1.07e-07	-10.37927	-9.910939*	-10.19448
3	357.2617	10.22728*	1.01e-07*	-10.43882*	-9.836684	-10.20124*

Fuente: Elaboración propia a partir de Eviews 10.

En la Tabla 3, se encuentran las pruebas de normalidad, no autocorrelación de los residuos y heterocedasticidad, observándose que cumplen con un comportamiento de ruido blanco.

TABLA 3. COMPORTAMIENTO DE LOS RESIDUALES

TESTS NORMALIDAD			
	SKEWNESS	KURTOSIS	JB
chiSqr	4.58	2.17	6.75
prob.	0.1012	0.3370	0.1493

Orthogonalization: Cholesky (Lutkepohl)

TESTS PARA AUTOCORRELACIÓN			
LAG	LRE* STAT	DF	PROB
1	0.299588	4	0.9898
2	1.994664	8	0.9812
3	7.622995	12	0.8139
4	16.17867	16	0.4406

PRUEBA CONJUNTA AUTOCORRELATION LM TEST		
JOINT TEST	TEST DE HETEROCEDASTICIDAD	
Chi- sq	df	Prob
45.64588	51	0.6855

Fuente: Elaboración propia a partir de Eviews 10.

Consecuentemente, se efectúa la prueba multivariada de cointegración de Johansen, evidenciada en la Tabla 4, donde se observa que el estadístico traza indica que existe 1 relación de cointegración en el largo plazo, por tanto, se rechaza al 0.05 % de significancia que exista máximo ningún vector de cointegración; en sentido contrario, no se rechaza al 0.05 % de significancia que exista máximo una relación de cointegración Cointegrating eqn(s).

TABLA 4. PRUEBA DE COINTEGRACIÓN DE JOHANSEN: TEST DE LA TRAZA

HYPOTHEZIZED NO. OF CE(S)	EIGENVALUE	TRACE STATISTIC	0.05 CRITICAL VALUE	PROB.**
None *	0.298095	3.461.457	2.587.211	0.0032
At most 1	0.170469	1.196.130	1.251.798	0.0618

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Fuente: Elaboración propia a partir de Eviews 10.

Por su parte, dado que la Tabla IV muestra que existe una relación de cointegración de largo plazo, se procede a especificar el vector de cointegración de largo plazo indicado en la ecuación (5)³, el cual se observa en la Tabla V.

TABLA 5. ECUACIÓN DE COINTEGRACIÓN DE LARGO PLAZO

MATRIZ BASADA EN 1 VECTOR DE COINTEGRACION		
LNPIB	LNK	@TREND(51)
1.000000	-0.851729	-0.001320

Fuente: Elaboración propia a partir de Eviews 10.

La relación de largo plazo de la ecuación (5) con α y $(1 - \alpha)\mu$ estimados se reescribe de la siguiente manera:

$$\ln y_t = 0.8517 \ln \ln(k_t) + 0.00132 (7)$$

3. El paquete econométrico Eviews 10 estima la relación de largo plazo de la siguiente manera: $\ln y_t - \alpha \ln k_t - (1 - \alpha)\mu t = 0$, por lo que los resultados de y y $(1 - \alpha)\mu$ aparecen con signo diferente al que deberían presentar en la ecuación (5).

IV.3. Estimación del vector de corrección de error (VEC)

Siguiendo el proceso de modelado econométrico, se estima el modelo de vector de corrección del error incluyendo 3 rezagos. Se observa en la Tabla VI que los valores de los coeficientes de la ecuación de cointegración de largo plazo especificada anteriormente son significativos al 95 % de confianza dados los valores t asociados con cada coeficiente, por tanto, se infiere que para Colombia, en el período de 1950-2017, existe una relación de largo plazo entre las variables capital por trabajador y producto por trabajador (ambas variables medidas por ajuste de capital humano).

Por otro lado, la Tabla 6 presenta el término de corrección de error o coeficiente de ajuste entre el corto y el largo plazo, el cual es para efectos de este modelo -0.1144, que resulta significativo al 83 % de confianza dado que su valor t no supera el valor absoluto de 2, esto indica que el 11.4 % de las discrepancias de $\ln y$ de corto y largo plazo se corrigen en un año.

De esta estimación, se observa que los resultados de los signos positivos de cada coeficiente son consistentes con los signos a priori según la teoría, por lo que, se constata el hecho de que el modelo Solow-Swan ampliado se cumple para Colombia en el período de 1950-2017 y se evidencia de forma plausible la PTF en Colombia.

TABLA 6. ESTIMACIÓN DEL VECTOR DE CORRECCIÓN DEL ERROR

COINTEGRATING EQ:	LNPIB(-1)	LNK(-1)	@TREND (50)		C
Co in tEq1	1.000000	-0.851729	-0.001320		-0.245823
		(0.09499)	(0.00060)		
		(-8.96650)	(-2.18205)		
Error Correction:	D(LNPIB)		D(LNK)		
Co in tEq1	-0.114406		0.135054		
	(0.08163)		(0.06787)		
	(-1.40144)		(1.98997)		

Errores estándar() y estadístico t en ()

Fuente: Elaboración propia a partir de Eviews 10.

Dada la ecuación (7) de cointegración de largo plazo estimada la cual contiene los parámetros de α , $(1 - \alpha)$ y $(1 - \alpha)\mu$ que se refieren a la elasticidad del capital respecto al producto, la elasticidad del trabajo respecto al producto y la PTF respectivamente, y adicionalmente μ que es la tasa de crecimiento de la PTF que resulta de la ecuación (6).

$$\ln y_t = 0.8517 \ln \ln (k_t) + 0.00132 \quad (8)$$

Se encuentra que durante el período de análisis (1950-2017), la participación del capital (α) es cercana al 0.852, y en consecuencia la participación del trabajo ($1 - \alpha$) se encuentra alrededor del 0.148; se estima que la PTF para Colombia $(1 - \alpha)\mu$ es aproximadamente del 0.13 % y que la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores respecto la productividad del trabajo es de 0.89 % respectivamente.

IV.4. Causalidad de Granger

Con respecto a la causalidad de Granger, Tabla 7, se pudo evidenciar que la variable logaritmo del capital $\ln(k)$ causa en los términos de Granger, a la variable logaritmo del PIB per cápita $\ln(y)$ a un nivel de significancia del 5 %, entendiéndose, por tanto, que la variable $\ln(k)$ contiene información importante en el largo plazo para explicar o predecir a $\ln(y)$. Por otro lado, la causalidad $\ln(y)$ a $\ln(k)$ no se presenta en este período de estudio 1950-2017.

TABLA 7. TEST DE CAUSALIDAD DE GRANGER

CHI-SQ, VARIABLE DEPENDIENTE	LN(Y)		LN(K)	
	VARIABLE	CHI-SQ	PROBABILIDAD	CHI-SQ
$\ln(y)$			3.2415	0.3559
$\ln(k)$	8.5315	0.0362		

Fuente: Elaboración propia a partir de Eviews 10.

IV.5. Productividad total de los factores

Partiendo de los resultados encontrados, mediante la estimación del vector de corrección del error, el cual arroja los valores de las elasticidades y la productividad total de los factores, se observa que los resultados en cuanto a las elasticidades presentan un poco de discrepancias en comparación (en términos de resultados) con el trabajo de Espinosa y Vaca (2012) y con el de Navarro y Cáceres (2016). En primer lugar, para este trabajo la elasticidad del capital respecto al producto estimada fue del 0.85 %, mientras que el primer trabajo antes mencionado encontró que esa elasticidad fue del 0.40 % en el período 1970-2010 y que los resultados encontrados en el segundo trabajo evidencian que la elasticidad del capital al producto fue del 0.26 % en el período de 1965-2013, cifras que muestran resultados muy bajos en comparación con lo encontrado en esta investigación; en lo referente a la elasticidad del trabajo respecto al producto el primero de los trabajos lo estima en un 0.59 % y para el segundo trabajo este resultado es del 0.73 %, se tiene que en este trabajo el resultado es menor a los mencionados, estando en el 0.14 %.

Por otra parte, los resultados en cuanto a la PTF no presentan diferencias altas, si bien en el trabajo de Espinosa y Vaca (2012) se encontró que para el período de 1970-2010 la PTF fue del 0.9 %, el segundo trabajo lo calcula en el 0.3 % para el período estudiado 1965-2013; en este trabajo se encontró que la PTF en el período de 1950-2017 fue del 0.13 %, resultado mayor a lo encontrado por los anteriores trabajos.

En consecuencia, se infiere dados los resultados que el factor que ha tenido una incidencia en el crecimiento del producto en Colombia en el período estudiado ha sido el factor capital y que la contribución de la PTF no ha logrado explicar en su mayoría el PIB en Colombia; tal como se encontró, el crecimiento del cambio tecnológico se calculó en un 0.89 %, indicando que en Colombia el proceso de combinación de factores para aumentar la producción ha sido lento, pero que al tiempo se encuentra por encima del medio punto porcentual; estos resultados pueden ser explicados por la coyuntura económica de la época.

En relación con estimaciones de la PTF realizadas por autores como Clavijo (1990), este autor encontró que la productividad ha presentado algunos cambios a lo largo del tiempo, prueba de ello fue el hecho de que la productividad pasara de incrementarse un 1.9 % en el período de 1950-80 a decrecer al 0.7 % anual, en el lapso de 1981-89. Algunas de estas razones se deben en principio a la bonanza cafetera, razón por la cual Colombia obtuvo una especialización en este producto y por el lado de la caída, se debe a la crisis de la deuda externa ocurrida en Latinoamérica (Espinosa y Vaca, 2012).

Tal y como se ha mencionado, en la década de los años 90 en la economía colombiana se presentó un período de aumento del crecimiento del producto motivado por aumentos de la demanda interna y un flujo mayor de capital, lo cual implicó que se apreciara el tipo de cambio. Dadas estas circunstancias la PTF presentó un comportamiento estable y las elasticidades tanto del capital como del trabajo respecto al producto mostraron un crecimiento sustancial (Espinosa y Vaca, 2012; Ocampo, Sánchez, Hernández y Prada, 2004).

El nuevo siglo ha estado marcado por ciertas turbulencias y auges que, de alguna u otra forma, repercuten en la productividad de la economía colombiana. Según resultados del trabajo de Navarro y Cáceres (2016), la PTF estuvo alrededor del 0.2 % y el 0.6 % para el período del 2001- 2013, lo que concuerda con el estable período de crecimiento económico de ese momento, producto de algunas reformas a nivel macroeconómico propuestas por el gobierno de la época, donde se logró una estabilización de la inflación y las reservas internacionales (Espinosa y Vaca, 2012; Navarro y Cáceres, 2016).

Por último, se evidencia que, para el período de estudio escogido para este trabajo, la elasticidad del capital respecto al trabajo puede considerarse como alta, debido a factores subyacentes a la apertura económica y a los altos flujos de inversión generados principalmente por un contexto de confianza hacia los inversionistas y una estabilidad macroeconómica aunque, por otro lado, esto no se haya reflejado en una modernización de la capacidad instalada ni acumulación de este factor de forma sostenida; del lado de la elasticidad del trabajo respecto al producto, se puede considerar como baja y una explicación de ello puede ser por la disminución relativa del precio del capital respecto al precio del factor trabajo en los últimos años (Espinosa y Vaca, 2012).

V. CONCLUSIONES

El presente trabajo parte de la teoría del crecimiento económico de corte neoclásico propuesto por Solow-Swan (1956) y lo propuesto más adelante por Mankiw, Romer y Weil (1992), modelo ampliado de Solow, para estimar la productividad total de los factores en la economía colombiana en el período comprendido entre 1950-2017, por lo cual, se especificó una función de producción en el sentido de Harrod neutral que indica que la tecnología es aumentadora de trabajo.

Mediante una modelación de cointegración y VEC, se encontró que las series están cointegradas y, por tanto, se permite realizar la estimación del modelo VEC, por lo que se procedió a estimar las elasticidades del capital respecto al producto y, desde luego, la elasticidad del trabajo respecto al producto; consecuente a ello, se encontró evidencia plausible de la PTF y la tasa de crecimiento de la productividad de los factores.

Como principales resultados de esta investigación, se encontró que la productividad total de los factores en la economía colombiana para el período de 1950-2017 fue del 0.13 % y que el factor que más contribuyó a la explicación del crecimiento económico en Colombia fue el factor capital, que obtuvo una elasticidad respecto al producto del 0.852 %; por otro lado, la participación del trabajo se estimó en un 0.148 %; también se calculó en este trabajo la contribución de la PTF al producto interno bruto en Colombia, la cual se valoró en un 0.89 %; según argumentó Krugman (1999), citado por Navarro y Cáceres (2016), cuando el crecimiento económico se sostiene en los insumos capital y trabajo y no en la productividad subyacente, es decir, en la efectividad de los mismos, se observan rendimientos decrecientes, por tanto, se podría indicar que los bajos niveles presentados en la productividad han impedido que se logre un crecimiento sostenido en la economía colombiana.

Al analizar la productividad total de los factores en Colombia, se encontró que los resultados de las distintas investigaciones son diferentes y que ello podría deberse al período en el cual se estudia, dado que el crecimiento económico en Colombia se encuentra marcado por ciclos o períodos de tiempo claros, siendo que en algunos se presenta un crecimiento sostenido con pocas caídas, pero, en caso contrario, existen otros períodos donde se presenta una mayor inestabilidad, e incluso grandes crisis como la de 1999 generada por la recesión presentada en la época (Ocampo *et al.*, 2004).

Los resultados de la PTF en Colombia para el período de estudio de este trabajo concuerdan con lo planteado por autores como Ros (2011), el cual menciona que la productividad en Latinoamérica es cercana a cero, es decir, que ha contribuido muy poco en la explicación del crecimiento económico de la región; aunque, por otro lado, según lo mencionado por Clavijo (2003), la productividad en Colombia sigue siendo un asunto de amplio debate para lograr que el país tenga un crecimiento sostenido a lo largo del tiempo.

Al realizar la prueba de causalidad de Granger, se evidenció que la variable capital por trabajador $\ln(k_t)$ contiene información para predecir en el largo plazo la variable producto por trabajador $\ln(y_t)$; en sentido contrario, la causalidad en el sentido de Granger no se presenta. En general, se entiende que la importancia de medir la PTF en Colombia es, sin duda, un tema que debe trascender de la academia para que se logre tomar los correctivos en cuanto a políticas de nivel macroeconómico enfocadas en el crecimiento y la productividad.

Es necesario en próximas investigaciones profundizar en la estimación de modelos de crecimiento con cálculos de productividad total de los factores de forma endógena igualmente en temas sobre índices de complejidad económica en términos de cantidad de conocimiento productivo.

VI. BIBLIOGRAFÍA

- Acemoglu, D. (2009). *Introduction to modern Economic Growth*. Princeton University Press .
- Anaya, A. R., Torres, F. H., y Pinedo, J. L. (2016). Crecimiento económico: un modelo de vectores autorregresivos para el caso colombiano. *Revista de Ciencias Sociales, Universidad del Zulia, XXII(4)*, 41-55. <https://produccioncientificaluz.org/index.php/rcs/article/view/24875/25442>
- Banco de la República de Colombia (2019). Productividad total de los factores y eficiencia en el uso de los recursos productivos en Colombia. *Ensayos sobre Política Económica (ESPE)*, 89.
- Barro, R. J., y Sala-i-Martin, X. (2004). *Economic Growth* (2ª edición). MIT press.
- Barro, R. J., y Sala-i-Martin, X. (2009). *Crecimiento Económico*. Editorial Reverté.
- Bejarano, H.; Molero, L.; Campuzano y J.; Salcedo, V. (2018). Productividad de los factores, producto potencial y brecha del producto en Perú. *Económicas CUC*, 39(1), 41-60. <http://dx.doi.org/10.17981/econuc.39.1.2018.03>
- Comin, D. (2006). *Total factor productivity*. New York University, National Bureau of Economic Research.
- Clavijo, S. (1990). Productividad laboral, multifactorial y la tasa de cambio real en Colombia. *Ensayos sobre política económica*, 17(04), 73-97. <https://www.banrep.gov.co/en/node/16318>
- Clavijo, S. (2003). Crecimiento, productividad y la nueva economía Implicaciones para Colombia. *Revista del Banco de la Republica*, 76(907), 19-50. <https://publicaciones.banrepcultural.org/index.php/banrep/article/view/10261/10659>.
- Easterly, W., y Levine, R. (2001). It's Not Factor Accumulation: Stylized Facts and Growth Models. *The World Bank Economic Review*, 15(2), 177-219. <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/17440>
- Espinosa, O. A., y Vaca, P. A. (2012). PTF y productividad laboral en Colombia 1970-2010. Una aproximación a partir del modelo de Solow-Swan mediante análisis de cointegración y estimación recursiva bajo una modelación VEC. *Econografos*, 35. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2533489
- Feenstra, R. C., y Timmer, R. I. (2015). The Next Generation of the Penn World Table. *American Economic Review*, 105(10), 3150-3182.
- Guillen, A., Badii, M., y Garza, F. A. (2015). Descripción y Uso de los Indicadores de Crecimiento Económico. *Daena: Internacional Journal of Good Conscience*, 10(1), 138-156. <http://www.spentamexico.org/v10-n1/A10.10%281%29138-156.pdf>
- Hugget, M. (2018). *Classroom material: "Growth accounting lecture" presentation*. Georgetown University. <http://faculty.georgetown.edu/mh5/class/econ102/lecture/growthaccounting-lecture>
- Loria, E. (2007). *Econometría con aplicaciones*. Pearson educación.
- Mankiw, N. G., Romer, D., y Weil, D. N. (1992). A contribution to the empirics of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2), 407-437. <https://doi.org/10.2307/2118477>
- Marín Calad, A., y Hurtado Rendon, A. (2007). Productividad y crecimiento económico Colombia 1950-2002. *Ecos de Economía*, 11(24), 65-80. <https://publicaciones.eafit.edu.co/index.php/ecos-economia/article/view/724>

- Méndez Sayago, J. A., Méndez Sayago, J. M., y Hernández Escolar, H. A. (2013). Productividad total de los factores, cambio técnico, eficiencia técnica y PIB potencial en Latinoamérica. *Revista Semestre Económico*, 16(34), 65-91. <https://doi.org/10.22395/seec.v16n34a3>
- Mora, J. (2006). La productividad multifactorial y el crecimiento económico en Venezuela. *Revista: Actualidad Contable FACES*, 13, 92-104. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=25701309>
- Navarro, C. P., y Cáceres, C. A. (2016). Productividad total de los factores: Una aplicación VEC nacional y sectorial al caso colombiano (1965-2013). *Econografos*, 014241. <https://econpapers.repec.org/paper/col000176/014241.htm>
- Ocampo, J. A., Sánchez, F. J., Hernández, G. A., y Prada, M. F. (2004). Crecimiento de las exportaciones y sus efectos sobre el empleo, la desigualdad y la pobreza en Colombia. *Centro de Estudios sobre Desarrollo Económico CEDE Documento 002213, Universidad de los Andes*. [https://repositorio.uniandes.edu.co/handle/1992/8702?show=full\(3\),1-34](https://repositorio.uniandes.edu.co/handle/1992/8702?show=full(3),1-34).
- Ros, J. (2011). La productividad y el desarrollo en América Latina dos interpretaciones. *Revista Economía UNAM*, 8(23), 37-51. <http://revistaeconomia.unam.mx/index.php/ecu/article/view/149> <https://doi.org/10.22201/fe.24488143e.2011.23.149>
- Solow, R. M. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1), pp. 65-94. <http://piketty.pse.ens.fr/files/Solow1956.pdf>
- Solow, R. M. (1957). Technical Change and the Aggregate Production Function. *The Review of Economics and Statistics*, 39(3), 312-320. <https://doi.org/1926047>
- Souza, A. y Santos, H. (2018). O papel da produtividade no crescimento econômico brasileiro no período (1980-2011). *Revista Observatorio de la Economía Latinoamericana*, octubre. <https://www.eumed.net/rev/oel/2018/10/crescimento-economico-brasileiro.html>
- Swan, T. W. (1956). Economic Growth and capital accumulation. *Economic record*, 32(2), 334-361. https://econpapers.repec.org/article/blaecorec/v_3a32_3ay_3a1956_3ai_3a2_3ap_3a334-361.htm
- Vallejo, Z. L. E. (2017). El incierto crecimiento económico colombiano. *Revista Apuntes del CENES*, 64(36), 9-10. <https://doi.org/10.19053/01203053.v36.n64.2017.6511>
- Van Ark, B. (2014). Total factor productivity: Lessons from the past and directions for the future. *National bank of Belgium. Working paper 271*. <https://www.nbb.be/doc/ts/publications/wp/wp271en.pdf>
- Villalobos, A., Molero, L. y Castellano, A. (2021). Análisis de la Productividad Total de los Factores en América del Sur en el período 1950-2014. *Lecturas de Economía*, 94, 127-63. <https://doi.org/10.17533/udea.le.n94a341253>

