eISSN: 1989-3612
DOI: https://doi.org/10.14201/art2024.32111

LÓGICA Y AGÓN[1]

Paul LORENZEN
Universität Erlangen-Nürnberg

[Traducción al español del texto: Lorenzen, P. (1960). "Logik und Agon." *Atti del xii congresso internazionale di filosofia*, 4, pp. 187-194. Lorenzen, P, and Lorenz. K. (1978). *Dialogische Logik*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, pp. 1-8]

Sabemos que una de las principales razones del descubrimiento de la lógica en la Antigüedad fue la búsqueda de un método para contrarrestar el arte retórico de los sofistas, que les permitía convertir lo negro en blanco. Se trataba de establecer reglas para transformar el juego de competir unos contra otros en ausencia de reglas en un auténtico "Agón"[2].

Si comparamos este origen agonal de la lógica con la concepción moderna, según la cual la lógica es un sistema de reglas tal que, aplicado a cualquier enunciado verdadero, siempre conduce a otros enunciados que son a su vez verdaderos, entonces percibimos claramente que, alejándose del Agón griego, se ha convertido en un piadoso juego solitario. En el mejor de los casos, como compañero en el juego de dos personas,

1. Traducción directa del alemán por Javier Romero, Universidad de Salamanca (jromero@usal.es). Revisado por Shahid Rahman, Université de Lille (shahid.rahman@univ-lille.fr). "Lógica y Agón" es el texto de una conferencia pronunciada en Roma en 1958 por el filósofo y lógico alemán Paul Lorenzen (1915-1994). En este texto inaugural se sientan las bases de la lógica dialógica, que representa un enfoque alternativo de la cuestión del sentido y la verdad lógica, basado en un formalismo dinámico (N.T).

2. El término "Agón" aparece por primera vez en el antiguo teatro griego y representa el debate formal que tiene lugar entre dos personajes, usualmente con el coro actuando de juez, dando lugar a una lucha entre ambos que debe planificarse de tal manera que proporcione la base de la acción (N.T.).

encontramos ahora a Dios, secularizado como "naturaleza", desempeñando el papel de quien posee enunciados verdaderos. Frente a él está el individuo humano -posiblemente como representante de la humanidad- que juega con paciencia, utilizando enunciados que cree haber recibido de Dios (o que ya le ha arrebatado) para obtener otros aplicando las reglas de la lógica. Desde este punto de vista, el sistema de reglas de la lógica aparece como un don de gracia particularmente valioso y secularizado: un instrumento útil en la lucha por la existencia.

También desde esta concepción se equipara la lógica con la gramática: del mismo modo que sólo deberíamos estar agradecidos por haber sido capaces de hablar una lengua materna, también deberíamos aceptar la lógica como un sistema de reglas, para el que no tendría ningún sentido cuestionar los "fundamentos" o pedir una "justificación", etc., porque sólo se puede empezar a preguntar con sensatez una vez que ya se tiene la lógica. Por decirlo de un modo tolerante, esta concepción conduce a una imagen de la lógica que puede resultar sorprendente: la de un barco en el que ya estamos a bordo y que únicamente puede repararse en alta mar.

No pretendo, en lo que sigue, intentar desentrañar la densa red de "prejuicios" metafísicos que subyacen a estas concepciones de la lógica, debe bastar aquí con demostrar lo dudoso de las visiones modernas de la lógica mediante un argumento histórico. Desde la crítica intuicionista de la lógica clásica por Brouwer en 1907[3], ha surgido el siguiente desconcierto: ¡Dios parece haber dotado a algunas personas de una lógica diferente a la de la mayoría! Según el pensamiento moderno, no hay explicación razonable para que un grupo de los matemáticos más respetados considere de repente que uno de los principios más aceptados de la lógica aristotélica, *tertium non datur* (principio del tercero excluido), no es fiable. Desgraciadamente, la explicación que el propio Brouwer ofrece de este fenómeno es una cuestión esotérica: sólo lo entienden quienes han escuchado al maestro. En particular, el término "intuicionismo", que da la impresión de que hay que tener intuiciones específicas para seguir la crítica de Brouwer, ha contribuido mucho a oscurecer los hechos.

Me parece que la interpretación de la lógica que quiero desarrollar en lo que sigue no difiere -en todo caso, no fundamentalmente- de la concepción intuicionista -al menos en sus resultados es similar a las "intuiciones"

3. L. E. J. Brouwer (1881-1966) fue un matemático y filósofo holandés que trabajó en topología, teoría de conjuntos, teoría métrica y análisis complejo. Fue el fundador del intuicionismo, esto es, una aproximación a las matemáticas que considera todo objeto matemático como un producto de la mente humana (N.T.).

lógicas de Heyting[4]-, pero es independiente de las particularidades de la filosofía brouweriana sobre el pensar y el hablar. Como punto de partida, tomo la operación esquemática con objetos arbitrarios, y en aras de la simplicidad tomaré aquí figuras escritas sin sentido como ○, +, │ ○ *. Estas pueden denominarse *figuras atómicas*, a partir de las cuales pueden obtenerse otras *figuras* por concatenación, por ejemplo +○*‖*.

Nos fijamos en las reglas para hacer tales figuras, por ejemplo, el siguiente sistema de reglas:

(I) $\Rightarrow +$
(II) $x \Rightarrow x \circ$
(III) $x \Rightarrow + x +$

Aquí, "⇒" se utiliza como signo para comunicar las reglas, y *x* funciona como una variable para una figura arbitraria. Como en las reglas anteriores únicamente tenemos + y ○ como figuras atómicas, nos restringimos a figuras enlazadas a partir de átomos + y ○. Un sistema de reglas de este tipo define un "cálculo", es decir, un juego solitario con figuras. El juego consiste en "derivaciones" que deben realizarse según las reglas. Estos juegos solitarios son, obviamente, muy aburridos. Tampoco tienen nada que ver con la lógica. Sin embargo, un juego solitario de este tipo abre la posibilidad de introducir un metajuego, y de hecho esta vez un duelo, es decir, un juego de dos personas, tras lo cual la relación con la lógica también quedará clara. Imaginemos dos personas que conocen suficientemente bien el juego en solitario y que ahora quieren medir sus conocimientos, o más bien su habilidad, el uno con el otro. Comienzan un duelo, un "Agón", de la siguiente manera: uno de los jugadores, al que llamaré el proponente, P, afirma que es capaz de producir una determinada figura, digamos + + ○ +. El otro -a quien llamaremos aquí el oponente, O- tiene el derecho (pero no el deber) de rebatir a P en su afirmación: P debe entonces realizar la derivación, en caso contrario ha perdido.

No es necesario que los jugadores utilicen palabras como "afirmación", "puedo deducir...", etc. Cuando P hace su afirmación, todo lo que tiene que hacer es escribir, decir:

4. A. Heyting (1898-1980) fue un lógico matemático discípulo de Brouwer. Se considera a Heyting como el primero que proporciona un base formal al proyecto intuicionista (N.T.).

(1) $\vdash + + \circ +$

Así que no hace falta filosofar sobre el “significado” de la “afirmación” $\vdash + + \circ +$ (en otras palabras, $+ + \circ +$ es derivable), basta con saber lo que significa la acción de P -es decir, escribir $+ + \circ +$- en el nuevo metajuego, esto es, el duelo entre P y O, a saber, la obligación de P de producir esta derivación en caso de que O le desafíe. En una concepción así, en la que sólo las acciones tienen “sentido” (en el sentido de que tienen un efecto sobre el desarrollo del metajuego), evitamos de entrada todas las dificultades de la semántica, según la cual figuras como $\vdash + + \circ +$ son enunciados que significan algo, es decir, designan un objeto abstracto, como un juicio (proposición) o incluso un valor de verdad.

A la vista de la interpretación de la lógica que pretendemos desarrollar mediante ciertos desarrollos del metajuego, podemos permitirnos, de hecho, desatender por completo la cuestión de si las figuras podrían sustituirse por enunciados A, B, ... de un lenguaje natural, siempre que el enunciado $\vdash \mathbf{A}$ tenga un significado operativo, es decir, que haya un acuerdo entre los jugadores sobre las acciones que deberá realizar P para ganar (por ejemplo, llevar a cabo un experimento con un resultado previsto). Para simplificar nuestra terminología, supongamos que tales acciones también contarían aquí como derivaciones del enunciado A. Las derivaciones de cálculo de figuras constituyen el caso más simple de derivación, pero bastarán para explicar las características del metajuego a partir de ellas.

Como posible ampliación del metajuego, podríamos considerar añadir afirmaciones de no derivabilidad. Si P afirma, por ejemplo,

(2) $\nvdash \bigcirc +$

entonces esto significa que O, en caso de que desee desafiar a P en esta afirmación, debe ser capaz de proporcionar una derivación de $\circ +$, para que P perdiera el metajuego. Es obvio que no hay ninguna posibilidad de que P pierda en este juego en particular, pero cómo y en qué sentido podemos saber esto (la incapacidad de derivar $\circ +$) no es objeto de discusión aquí.

En cambio, la siguiente ampliación del metajuego, que se refiere a la “implicación”, resulta más fructífera. P afirma, por ejemplo,

(3) $\vdash x \rightarrow + + x$

Esto significa que P se compromete -en caso de ser desafiado por O- a afirmar $\vdash + +$ r por cada figura *r* (compuesta de + y $\circ$) afirmada por O.

¿Cuándo puede P hacer esta afirmación sin riesgo? Digamos, para expresarlo según el modo común de hablar, que es “ontologizando”, precisamente cuando la clase de figuras derivables con una figura *r* siempre contiene también + + *r*. Que esto es así, sin embargo, sólo puede afirmarlo con razón quién tengan la suficiente confianza como para afirmar (3) en el metajuego. Y sólo puede hacerlo si domina el siguiente procedimiento: si O presenta una derivación +, ..., *r*, entonces producimos a partir de ella + + +, ..., + + *r* situando + + delante de cada figura. A continuación, volvemos a colocar + al principio y obtenemos una derivación de + + *r*.

A diferencia de los enunciados incondicionales como (1), (3) corresponde a un enunciado condicional: P se compromete a hacer una determinada acción a condición de que O haya hecho algo previamente. (2) también puede interpretarse como un enunciado condicional, a saber:

$\vdash$o + $\rightarrow$ $\wedge$

donde $\wedge$ significa cualquier figura sobre la que los jugadores ya han acordado que ninguno será capaz de deducirla.

La introducción de afirmaciones condicionales en el metajuego puede ser iterativa. Por ejemplo, P afirma:

(4) $\vdash (x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z))$

Esto significa que P está obligado a afirmar:

(5) $\vdash (s \rightarrow z) \rightarrow (r \rightarrow z)$

Si O -tras haber elegido las figuras *r* e *y*- ha afirmado previamente:

(6) $\vdash r \rightarrow s$

(5) obliga a afirmar a afirmar:

(7) $\vdash r \rightarrow t$

si O hubiera afirmado, después de elegir la figura *s*:

(8) $\vdash s \rightarrow t$

Finalmente (7) obliga a P a afirmar $\vdash t$, en el caso en que O hubiera afirmado previamente $\vdash r$. Es evidente que este caso no supone ningún riesgo para P. Así, después de que O haya afirmado $\vdash r$, O está obligado -por (6)- a afirmar $\vdash s$, y afirmar también -por (8)- $\vdash t$. Por lo tanto, P sólo tiene que repetir la derivación de *t*.

Como vemos, en lo que respecta a la afirmación (4), el cálculo subyacente no desempeña ningún papel: (4) es “generalmente admisible”. (4) no es más que la transitividad de la implicación lógica en la interpretación operativa.

Por otro lado, una afirmación como:

(9) $\vdash ((x \to \wedge) \to \wedge) \to x$

implica el siguiente riesgo: supongamos que O conoce una figura *r*, de la que sabe cómo derivarla, pero de la que P no sabría cómo hacerlo. P afirma (9), O afirma:

(10) $\vdash (r \to \wedge) \to \wedge$

Como P perdería la afirmación $\vdash r$, su única opción es desafiar a O con (10). P afirma entonces:

(11) $\vdash r \to \wedge$

Pero entonces O -a sangre fría- produce la prueba de $\vdash r$ y P pierde. Esta interpretación en términos de teoría de juegos ofrece una explicación de por qué los intuicionistas niegan el principio "¬¬A implica A" de la doble negación (donde ¬B se define por $B \to \wedge$). No está exento de riesgos afirmar (9) en todos los cálculos.

Las reflexiones anteriores permiten una interpretación de la lógica intuicionista, en lo que respecta a la implicación →, la negación ¬ y la cuantificación universal $\wedge_x$ ($\vdash \wedge_x A(x)$ es, por supuesto, una afirmación condicional: para cada figura *r* nombrada por O, P debe afirmar $\vdash A(r)$). La interpretación de la conjunción ∧, la adjunción ∨ y la cuantificación existencial $\vee_x$ se consigue por extensión del juego solitario subyacente, mediante las reglas:

$a, b \Rightarrow a \wedge b$
$a \Rightarrow a \vee b$
$b \Rightarrow a \vee b$
$a(r) \Rightarrow \vee_x a(x)$

Nos limitaremos aquí a discutir un ejemplo. P afirma:

(12) $\vdash \wedge_x (A \vee B(x)) \to A \vee \wedge_x B(x)$

Supongamos la siguiente situación: P no conoce ninguna derivación de A, ni para un número infinito de figuras r_1, r_2, ...ninguna derivación de $B(r_v)$. O, en cambio, conoce una derivación de A y una derivación de B(*r*) para todo *r*. El juego procede entonces como sigue, O afirma:

(13) $\vdash \wedge_x (A \vee B(x))$

P elige las figuras $r_1, ..., r_n$, O afirma $A \vee B\ (r_v)$ y lo demuestra mediante una derivación de $B(r_v)$. Ahora bien, P, si quiere ganar, debe afirmar algo, en virtud de (12), a saber:

(14) $\vdash A \vee \wedge_x B(x)$

Desafiado por O, P debe proporcionar una prueba de (14) y para ello -debido a la regla introductoria para $\vee$- afirma $\vdash A$ o $\vdash \wedge_x B(x)$. Ahora bien, como P no conoce ninguna derivación para A, se inclina a favor de:

(15) $\vdash \wedge_x B(x)$

A continuación, O elige otra *r* de entre las cantidades infinitas mencionadas anteriormente para las que P no conoce ninguna derivación de B(*r*). P tiene una última oportunidad, reta a O con esta *r* basándose en (13). Sin embargo, O opta en $\vdash A \vee B(r)$ por A. P debe entonces, dado que ya ha elegido su propia opción en (15), presentar una derivación de B(*r*), lo que significa que P pierde.

Aquí se puede ver claramente que la posibilidad de que P salga perdiendo se basa únicamente en que existe un número infinito de formas de sustituir la variable *x*. La introducción de $\vee$ también desempeña un papel decisivo. Por ejemplo, en la "identidad" de:

$\vdash \wedge_x B(x) \rightarrow \wedge_x B(x)$

P nunca tendría, por supuesto, que perder.

Para un tratamiento completo de la lógica intuicionista, consulte mi *Introducción a la lógica operacional y a las matemáticas*[5]. Aquí sólo quiero subrayar con más fuerza, en contraste con la expresión de mi libro, adaptada al punto de vista ontológico, que la lógica es un Agón: las implicaciones lógicas no son "proposiciones" que signifiquen algo, sólo la afirmación de una implicación tiene significado en el sentido estricto de la palabra. De hecho, es una acción, una jugada en un metajuego que produce efectos en términos de victoria o derrota. No necesitamos preguntarnos si $A \vee \neg A$ siempre significa el valor de verdad "verdadero", sino sólo, en cambio, qué posibilidad tendría alguien que en el metajuego (sobre algún cálculo), siempre tendría la intención de jugar la jugada $A \vee \neg A$. Dado que hay muchos cálculos para los que no existe un procedimiento de decisión, sólo podemos recomendar abandonar tal "estrategia" lo antes posible.

5. Lorenzen, P. (1955). *Einführung in die operative Logik und Mathematik*. Berlin/Heidelberg. Springer-Verlag (N.T.).

La interpretación operativa de la lógica da así la razón a Brouwer en relación con la lógica clásica -sin necesidad de apelar a una intuición superior, pero de una forma comprensible para todos. Afortunadamente, esto no significa que las matemáticas tengan que abandonar la lógica clásica. Todavía es posible modificar las reglas del metajuego de tal manera que la lógica clásica también quede justificada.

Volvamos de nuevo a (9). O afirma (10), P afirma (11), O deriva *r* y, por lo tanto, P pierde según las reglas anteriores. Sin embargo, si ahora se permite a P retirar una de sus afirmaciones anteriores, por ejemplo (11), y en su lugar afirmar $\vdash r$ una vez que O ha realizado la derivación, entonces P es capaz de defender su afirmación original, a saber (9), y por lo tanto ganar.

En resumen, si se permite a P utilizar retroactivamente todos los conocimientos mostrados por O en el transcurso del metajuego, entonces (9), es decir, el principio de la doble negación, también se convierte en un "sin riesgo", es decir, lógicamente válido.

Como podemos llegar a observar en este metajuego modificado, el carácter del juego ha cambiado en gran medida. Ahora, P y O no se relacionan entre sí como enemigos, sino que llegan a discutir juntos posibles desarrollos del juego. Por decirlo en términos de Platón, la "erística" se ha convertido en "dialéctica", esto es, en una búsqueda de la verdad a través del diálogo en el que cada uno comparte "su conocimiento" de forma desinteresada. Y este juego dialéctico nos lleva directamente a la lógica clásica. La lógica intuicionista y la lógica clásica podrían así contraponerse en términos de lógica "erística" y "dialéctica". De este modo queda claro que la interpretación operativa de la lógica nos permite comprender al mismo tiempo la justificación desde el punto de vista de cada una de las partes (la intuicionista y la clásica). Dependiendo de si los interlocutores del diálogo en una discusión quieren hablar el *uno contra el otro* o el *uno con el otro*, la lógica que se adapte adecuadamente será *erística* o *dialéctica*.